Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Самарский государственный технический университет»

На правах рукописи

Смыслов Виталий Андреевич

### Методы расчёта остаточных напряжений в упрочнённых цилиндрических образцах при температурно-силовом нагружении

#### в условиях ползучести

01.02.04 – Механика деформированного твёрдого тела

#### ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук

Научный руководитель д. ф.-м. н., проф. Радченко Владимир Павлович

Самара – 2014

Содержание
------------

Введение5
Глава 1. Аналитический обзор и постановка задачи исследования 12
1.1. Остаточные напряжения в поверхностном слое элементов
конструкций 16
1.2. Методы восстановления напряжённо-деформированного состояния в
поверхностном слое упрочнённой детали
1.3. Кинетика полей остаточных напряжений в упрочнённых деталях в
условиях ползучести
1.4. Основные проблемы и постановка задач исследования
Глава 2. Восстановление напряжённо-деформированного состояния в
поверхностном слое полого цилиндра 46
2.1. Методика расчёта полей остаточных напряжений для полых
цилиндров
2.2. Идентификация параметров математической модели 53
2.3. Экспериментальная проверка математической модели расчёта полей
остаточных напряжений и пластических деформаций в поверхностно
упрочнённых цилиндрических образцах. Анализ результатов расчёта 60
2.4. Анализ влияния параметра анизотропии на распределение полей
остаточных напряжений в полом упрочнённом цилиндрическом образце 82
2.6. Выводы по главе 2
Глава 3. Математическое моделирование кинетики полей остаточных
напряжений и пластических деформаций при температурном нагреве изделия 87
3.1. Постановка задачи 87
3.2. Методика расчёта кинетики напряжённо-деформированного
состояния в поверхностно упрочнённом слое при температурном нагреве
изделия

3.3. Апробация методики, результаты расчётов и анализ результатов... 90

4.3. Реологическая модель..... 103

4.5. Теоретическое и экспериментальное исследование влияния растягивающей нагрузки на релаксацию остаточных напряжений в сплошном упрочнённом цилиндрическом образце в условиях ползучести. 128

4.6. Выводы по главе 4......137

5.1. Описание программного комплекса ...... 141

5.2. Архитектура программного комплекса ...... 145

Литература ...... 160

Приложение 2 Метод колец и полосок для определения ост	гаточных
напряжений в упрочнённом цилиндрическом образце	
Приложение 3 Свидетельства о государственной регистрации п	рограмм
для ЭВМ	191
Приложение 4 Акт о внедрении результатов диссертационной р	работы в
учебный процесс	193

#### Введение

Актуальность работы. Основные эксплуатационные свойства элементов конструкций – износостойкость, прочность и сопротивление усталости – существенно зависят от состояния поверхностного слоя. Исчерпание запаса наработки на отказ детали и её разрушение начинается, как правило, с поверхностного слоя. Поэтому при изготовлении деталей в процессе их механической обработки или специальных упрочняющих технологий в поверхностном слое наводятся сжимающие остаточные напряжения (OH), которые препятствуют выходу на поверхность различного рода дислокаций и вакансий.

В процессе эксплуатации изделия энергетического и транспортного машиностроения, авиастроения подвергаются сильному механическому, тепловому и другим воздействиям, сопровождающимся появлением реологических деформаций. Это приводит к перераспределению полей ОН, их релаксации и снижению эффективности упрочнения. Поэтому естественным образом возникает актуальность разработки методов решения краевых задач оценки кинетики остаточных напряжений в поверхностно упрочнённых элементах конструкций при ползучести с начальным напряжённо-деформированным состоянием (НДС).

В настоящее время большинство методик определения ОН в поверхностном слое носит преимущественно экспериментальный характер. На практике опытным путём обычно удаётся получить лишь одну или две компоненты тензора ОН, а компоненты тензора остаточных пластических деформаций определить невозможно. Однако без полной картины НДС после процедуры упрочнения невозможно решать краевые задачи при последующем температурно-силовом нагружении в условиях ползучести.

Существующие теоретические модели восстановления полной картины НДС после процедуры упрочнения и релаксации остаточных напряжений вследствие ползучести разработаны в основном для сплошных цилиндрических образцов и

справедливы лишь для режимов так называемого изотропного поверхностного упрочнения (гидро- и пневмодробеструйная обработка, азотирование, термопластическое упрочнение и некоторые другие технологии). Однако имеется ряд упрочняющих технологий (обкатка роликом, алмазное выглаживание, дорнование и др.), которые приводят к существенной анизотропии распределения остаточных пластических деформаций. Методики оценки остаточного НДС после такого рода процедур упрочнения в настоящее время находятся в стадии становления. Очевидно, требуется обобщение и развитие существующих подходов на другие конструкции, в частности, на полые цилиндрические образцы. Требуют своего развития методы решения краевых задач расчёта кинетики остаточных напряжений и деформаций при температурном и температурно-силовом нагружениях в условиях реологического деформирования, а также разработка экспериментальных подходов решения этой проблемы.

Всё вышеизложенное и определяет актуальность тематики диссертационной работы.

Целью диссертационной работы является разработка новых и совершенствование существующих методов решения краевых задач механики анизотропно упрочнённых цилиндрических конструкций в условиях ползучести, теоретическое и экспериментальное исследование влияния температурно-силового нагружения на релаксацию остаточных напряжений.

Научная новизна работы заключается в следующем:

 разработан феноменологический метод расчёта полей остаточных напряжений и пластических деформаций в полом цилиндрическом образце после процедуры упрочнения, позволяющий, в отличие от существующих методов, учитывать анизотропию поверхностного пластического упрочнения, и выполнена его экспериментальная проверка для широкого спектра технологий и режимов упрочнения, материалов и геометрических параметров образцов;

- предложены новые методики идентификации параметров модели для оценки напряжённо-деформированного состояния в упрочнённом слое цилиндрического образца и коэффициента анизотропии упрочнения на основе частично известной экспериментальной информации;
- 3) выполнен анализ влияния параметра анизотропии упрочнения на распределение полей остаточных напряжений в полом и сплошном цилиндрах после процедуры упрочнения; установлено существенное расслоение эпюр окружной и осевой компонент тензора напряжений в зависимости от параметра анизотропии, в отличие от случая, соответствующего процедуре изотропного упрочнения, где они практически совпадают;
- 4) разработан прямой метод решения краевой задачи о ползучести упрочнённого полого цилиндра в условиях ползучести при температурносиловом нагружении. Выполнена проверка его адекватности экспериментальным данным для цилиндрических образцов из сплавов Д16Т и В95 при  $T = 125 \,^{\circ}$ С в условиях термоэкспозиции (температурная выдержка без растягивающих нагрузок);
- 5) выполнены теоретические и экспериментальные исследования по влиянию растягивающей нагрузки на скорость релаксации остаточных напряжений вследствие ползучести в сплошных цилиндрических образцах из сплава ЖСбКП при T = 800 °C; показано, что скорость релаксации в поверхностно упрочнённом слое цилиндрического изделия при действии растягивающей нагрузки в условиях ползучести носит «немонотонный» характер в зависимости от величины растягивающей нагрузки и её длительности, в частности, увеличение нагрузки может замедлять скорость релаксации остаточных напряжений; установлено соответствие расчётных и экспериментальных данных для полей остаточных напряжений в различные временные сечения для всех режимов нагружения;

6) разработано новое математическое и программное обеспечение для численной реализации разработанных методов решения краевых задач механики анизотропно упрочнённых цилиндрических деталей в условиях ползучести.

**Практическая значимость работы** в теоретическом плане заключается в разработке новых методов решения краевых задач механики упрочнённых цилиндрических конструкций с начальным напряжённо-деформированным состоянием в условиях ползучести. С прикладной точки зрения разработанные методики, реализованные в виде программного комплекса, во-первых, позволяют решить ряд прикладных задач оценки долговечности и остаточного ресурса упрочнённых цилиндрических деталей и элементов конструкций, а, во-вторых, могут быть использованы для проведения параметрического анализа влияния условий упрочнения и режимов эксплуатации изделия на процесс релаксации остаточных напряжений в условиях ползучести.

#### На защиту выносятся:

- феноменологический метод расчёта трёхмерных полей остаточных напряжений и пластических деформаций в полом цилиндрическом образце после процедуры упрочнения, позволяющий, в отличие от существующих методов, учитывать анизотропию процесса упрочнения;
- прямой численный метод решения краевой задачи о релаксации остаточных напряжений в полом цилиндрическом образце при ползучести в условиях температурно-силового нагружения с учётом анизотропии поверхностного пластического упрочнения;
- методики идентификации параметров модели для оценки напряжённодеформированного состояния в упрочнённом слое цилиндрического образца и коэффициента анизотропии упрочнения на основе частично известной экспериментальной информации;

- результаты исследования влияния параметра анизотропии упрочнения, технологий и режимов упрочнения, материала и геометрических параметров на характер распределения остаточных напряжений в полых и сплошных цилиндрических изделиях;
- результаты новых теоретических и экспериментальных исследований по влиянию температурно-силовых нагрузок на процесс релаксации остаточных напряжений в поверхностно упрочнённых сплошных и полых цилиндрических изделиях в условиях ползучести;
- 6) математическое и программное обеспечение для численной реализации разработанных методов решения краевых задач механики анизотропно упрочнённых цилиндрических изделий в условиях ползучести.

Обоснованность выносимых на защиту научных положений, выводов и рекомендаций подтверждается адекватностью модельных математических представлений реальному физико-механическому поведению материала в упрочнённом слое при силовых нагрузках и высоких температурах; корректностью использования математического аппарата, законов механики деформируемого твёрдого тела; сравнением численных решений рассматриваемых краевых задач с известными результатами в частных случаях; апробированностью используемых численных и экспериментальных методов исследования НДС; частичной экспериментальной проверкой используемых гипотез и результатов решения задач.

Структура и объём диссертации. Диссертационная работа состоит из введения, пяти глав, заключения и списка источников из 169 наименований. Работа содержит 180 страниц основного текста, 79 рисунков, 37 таблиц и 4 приложения.

Апробация работы. Результаты научных исследований опубликованы в 21 печатной работе и были представлены на конференциях различного уровня: на научных молодёжных конференциях по естественнонаучным и техническим дисциплинам с международным участием «Научному прогрессу – творчество молодых» (г. Йошкар-Ола, 2009, 2010 гг.), на IV Российской научно-технической кон-

ференции «Ресурс и диагностика материалов и конструкций» (г. Екатеринбург, 2009г.), на VI и VII Всероссийских конференциях «Механика микронеоднородных материалов и разрушение» (г. Екатеринбург, 2010, 2012 гг.), на Шестой, Седьмой и Девятой Всероссийских конференциях с международным участием «Математическое моделирование и краевые задачи» (г. Самара, 2009, 2010, 2013 гг.), на 4-м и 5-м Международных форумах молодых учёных «Актуальные проблемы современной науки» (г. Самара, 2008, 2010 гг.), на международной научнотехнической конференции «Прочность материалов и элементов конструкций» (г. Киев, 2010г.), на XVIII Зимней школе по механике сплошных сред (г. Пермь, 2013г.), на Всероссийской конференции «Актуальные проблемы математики и механики», посвящённой 75-летию д.ф.-м.н., профессора Г.И. Быковцева (г. Самара, 2013г.), на III Всероссийской конференции «Деформирование и разрушение структурно-неоднородных сред и конструкций» (г. Новосибирск, 2014г.), на VIII Всероссийской конференции по механике деформируемого твёрдого тела (г. Чебоксары, 2014г.), на IV международной конференции «Математическая физика и её приложения» (г. Самара, 2014г.), на научных семинарах «Механика и прикладная математика» Самарского государственного технического университета (руководитель профессор В.П. Радченко 2011-2013 гг.).

Работа выполнялась при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 13-01-00699), Министерства образования и науки (проект № 2.1.1/13944), в рамках базовой части государственного задания № 2014/199 и государственного задания в части проведения научноисследовательских работ (№ 1.312.2011).

Внедрение. Результаты диссертационной работы использованы в учебном процессе кафедры «Прикладная математика и информатика» ФГБОУ ВПО «СамГТУ» и включены в лекционный материал курсов «Реологические модели», «Математические модели механики сплошных сред», «Численные методы решения краевых задач».

Публикации. Основные результаты диссертации опубликованы в 21 печатной работе, из них 4 статьи в рецензируемых журналах из перечня ВАК, 5 статей в сборниках трудов конференций и 12 тезисов докладов.

Личный вклад автора. Работы [121–129] выполнены самостоятельно, в основных работах [46, 110, 116] диссертанту принадлежит совместная постановка задачи и разработка методов решения, ему лично принадлежит алгоритмизация, реализация методов в виде программного комплекса и анализ результатов. В остальных работах [22–24, 29, 98, 99, 107, 109, 114], опубликованных в соавторстве, автору в равной степени принадлежат как постановка задачи, так и результаты выполненных исследований.

**Благодарности.** Автор выражает благодарность научному руководителю доктору физико-математических наук В. П. Радченко за постановку задач и поддержку работы, а также доценту, кандидату физико-математических наук М.Н. Саушкину за консультации и постоянное внимание к работе.

### Глава 1. Аналитический обзор и постановка задачи исследования

В настоящее время к деталям и элементам конструкций машиностроительного, энергетического, авиационного и нефтехимического промышленных комплексов предъявляются высокие требования по надёжности, долговечности и износостойкости. При поиске путей выполнения этих требований следует учитывать условия эксплуатации изделий, такие, как температурный режим и силовые нагрузки. Повысить износостойкость изделия на фоне этих видов нагружений можно за счёт объёмного и поверхностного упрочнения. Объёмное упрочнение предполагает использование высокопрочных сплавов и композиционных материалов. Однако для большинства элементов конструкций в процессе эксплуатации наиболее сильному тепловому и механическому воздействиям подвергается поверхностный слой. Именно с него в большинстве случаев и начинается процесс разрушения изделий, а именно, развитие коррозии, микротрещин и других деградационных механизмов. Следовательно, в большинстве случаев для обеспечения надёжности и долговечности конструкций целесообразно применять методы поверхностного упрочнения деталей. Здесь важно отметить, что в настоящее время конструкторские методы повышения прочности деталей практически исчерпали себя, и основная роль в этом вопросе принадлежит технологическим методам. В этом плане поверхностное пластическое упрочнение практически не изменяет геометрических параметров детали и не приводит к увеличению её материалоёмкости.

Один из способов повышения прочности поверхностного слоя – наведение сжимающих остаточных напряжений (OH), которые препятствуют выходу на поверхность различного рода дислокаций и вакансий. Реализовать OH в поверхностном слое можно с помощью термопластического упрочнения (ТПУ) либо с помощью проведения процедуры поверхностного пластического деформирования

(ППД). Схема формирования ОН в поверхностном слое деталей подробно описана в [94] и других научных изданиях.

В процессе эксплуатации под действием силовых и тепловых нагрузок (давление, нагрев, воздействие окружающей среды и др.) происходит релаксация (уменьшение по модулю) ОН и разупрочнение поверхностного слоя детали на фоне её реологического деформирования (появления деформаций ползучести). На процесс релаксации в условиях ползучести оказывает влияние ряд факторов, таких, как температурный режим, величина приложенной нагрузки, геометрические параметры изделия и физико-механические свойства материала. Задача расчёта релаксации ОН при эксплуатации изделия имеет большую практическую значимость, так как по НДС упрочнённой детали можно оценить её остаточный ресурс и провести анализ влияния различных факторов на кинетику ОН.

При моделировании НДС в поверхностном слое изделия, эксплуатируемого при силовых и температурных нагрузках, можно выделить следующие самостоятельные задачи:

- восстановление начального (исходного) НДС в поверхностном слое после процедуры упрочнения по одной или двум экспериментально замеренным компонентам тензора OH;
- оценка перераспределения начальных полей ОН и деформаций вследствие «мгновенного» нагрева детали и «мгновенного» приложения силовых нагрузок;
- решение краевой задачи ползучести для рассматриваемой упрочнённой детали и расчёт кинетики ОН в процессе эксплуатации изделия с заданным начальным НДС, определяемым из первой и второй задач.

Объектом исследования настоящего диссертационного исследования являются сплошные и полые цилиндрические изделия. Поэтому в дальнейшем изложении проанализируем все три задачи применительно к этим деталям.

Решение первой задачи для сплошного цилиндрического образца для некоторых технологий упрочнения (пневмо- и гидродробеструйная обработка, обработка дробью, ультразвуковая обработка и некоторые другие) приведено в работе [94], согласно которому для определения НДС в упрочнённом слое достаточно иметь лишь одну экспериментально определённую компоненту тензора остаточных напряжений  $\sigma_z = \sigma_z(r)$  или  $\sigma_{\theta} = \sigma_{\theta}(r)$  в стандартной цилиндрической системе координат. Основная гипотеза состоит в том, что пластические деформации в упрочнённом слое наводятся так же, как на поверхности полупространства, причём выполняется условие  $q_{\theta}(r) = q_z(r)$ , где  $q_i(i = \theta, z)$  – компоненты тензора остаточных пластических деформаций. Эта гипотеза соответствует так называемой процедуре изотропного упрочнения. Однако для ряда технологий упрочнения (обкатка роликом, алмазное выглаживание, дорнование и др.) равенство  $q_{\theta}(r) = q_{z}(r)$  нарушается, и здесь требуется модификация разработанного в [94] метода. Технологии упрочнения, для которых  $q_{\theta}(r) \neq q_{z}(r)$ , в дальнейшем будем называть процедурами анизотропного упрочнения поверхности. Кроме этого, задача восстановления НДС не разработана для поверхностно упрочнённых полых цилиндрических образцов.

Результаты решения первой задачи (восстановление НДС после упрочнения) являются исходными данными для второй.

Вторая задача заключается в том, что необходимо оценить перераспределение начальных полей ОН (после процедуры упрочнения) при «мгновенном» (ступенчатом) приложении температурных и силовых нагрузок. Расчёт полей ОН и упругих деформаций вследствие нагрева образца разработан и реализован при активном участии автора и впервые описан в [127]. Впервые решена задача о взаимном (одновременном) влиянии силового и температурного нагружений на НДС детали. Вызванные этими факторами поля ОН и упругих деформаций определяют исходное состояние изделия для решения третьей задачи. Расчёт кинетики ОН на фоне реологического деформирования детали в условиях ползучести имеет первостепенную важность для общего, энергетического, аэрокосмического и нефтехимического машиностроения. По НДС элемента конструкции можно судить о её запасе прочности и оценить долговечность и остаточный ресурс самой упрочнённой конструкции. Величина ОН характеризует также степень прочности поверхностного слоя, поэтому решение третьей задачи даёт научно-обоснованную возможность аналитической оценки остаточной наработки на отказ изделия и вывода параметрического критерия отказа.

Цель данной работы заключается в совершенствовании существующих и разработке новых методов математического моделирования процессов, связанных с наведением и релаксацией ОН в поверхностном слое элементов конструкций, а также в определении рекомендаций по практическому применению этих методик для повышения надёжности и долговечности деталей машиностроительного, энергетического, аэрокосмического промышленных комплексов.

Решение краевых задач механики анизотропно упрочнённых конструкций в условиях ползучести требует разработки нового математического и программного обеспечения. В связи с вышеизложенным целью диссертационной работы является решение следующих основных задач:

- решение задачи восстановления полной картины НДС для полых и сплошных цилиндрических образцов после процедуры анизотропного поверхностного упрочнения по одной или двум экспериментально замеренным компонентам тензора напряжений;
- решение краевых задач перераспределения полей ОН и упругих деформаций цилиндрических образцов вследствие нагрева образца и приложения силовой нагрузки в условиях ползучести;
- выполнение прямых экспериментальных исследований по влиянию температурно-силовых внешних факторов на релаксацию остаточных напряжений в цилиндрических образцах из сплава ЖС6КП при *T* = 800 °C.

- разработка новых вычислительных процедур и программного обеспечения для реализации предлагаемых методик и обеспечения соответствия результатов расчётов экспериментальным данным;
- проверка соответствия результатов вычислений, полученных на основании предлагаемых методик, экспериментальным данным;
- 6) параметрический анализ влияния различных факторов (условия упрочнения, параметры материала, режимы нагружения и др.) на эффективность наведённых в поверхностном слое ОН и на их устойчивость к высокотемпературным нагрузкам на фоне реологического деформирования конструкции.

В связи с этим в настоящем аналитическом обзоре рассматриваются работы, посвящённые экспериментальным и теоретическим методам определения ОН в цилиндрических элементах конструкций (сплошные цилиндры, толстостенные трубы, концентраторы напряжений) после процедуры упрочнения, анализу НДС в поверхностном слое детали при нормальных и повышенных температурах, математическим моделям релаксации ОН в условиях ползучести при силовых и тепловых нагрузках, прогнозированию предела выносливости упрочнённых деталей, а также анализу влияния эксплуатационных факторов на показатели надёжности конструкций.

# 1.1. Остаточные напряжения в поверхностном слое элементов конструкций

Остаточные напряжения (OH) – это напряжения, которые существуют и уравновешиваются в твердом теле после устранения причин, вызвавших их появление. Другими словами, OH – это напряжения в свободном от внешних нагрузок и воздействий теле. Они реализуются в элементах конструкций в процессе изготовления, либо в результате их термопластического или поверхностного пластического деформирования. Наиболее полное описание OH, способов их выявления

и определения можно найти в книге Биргера И. А. [9]. И. А. Биргер классифицировал ОН по градиенту их изменения по пространственной координате.

Напряжения первого рода – макронапряжения, охватывающие области, соизмеримые с размерами детали, уравновешивающиеся в её пределах.

Напряжения второго рода – микронапряжения, уравновешивающиеся в пределах одного кристалла.

В работах [42, 70, 85, 162] отдельно выделяются напряжения третьего рода – субмикроскопические, уравновешивающиеся в пределах расстояний, имеющих порядок межатомных расстояний.

В настоящей диссертационной работе все задачи ставятся и решаются в рамках механики сплошной среды, поэтому в дальнейшем будут рассматриваться только макронапряжения (напряжения первого рода).

Остаточные напряжения первого рода есть результат неравномерных (неуравновешенных) пластических деформаций различных слоёв и объёмов детали. По условию равновесия сумма проекций всех сил должна быть равна нулю. Поэтому в детали всегда есть области с положительными (растягивающими) и отрицательными (сжимающими) напряжениями.

Для большинства элементов конструкций наибольшему воздействию эксплуатационных факторов (силовые и температурные нагрузки) подвергается поверхностный слой. Именно с него начинается разрушение деталей, а именно, – развитие коррозии и микротрещин, другие деградационные процессы. Поэтому в процессе изготовления (либо при последующей механической обработке) в поверхностном слое элементов конструкций наводят ОН, т.е. упрочняют поверхностный слой, препятствуя тем самым выходу на поверхность детали различного рода дислокаций. Подробное описание процесса и схема возникновения ОН в поверхностном слое детали приведены в [94].

В современном машиностроении применяются различные способы реализации ОН в поверхностном слое, относящиеся к ТПУ или ППД. Все методы ППД можно разделить на два типа: статические и динамические. К первым относятся методы, при которых деформирующие элементы инструмента воздействуют на поверхность детали по схемам качения, скольжения или внедрения: обкатка роликом, алмазное выглаживание, дорнование. Отличительной чертой статических методов поверхностного деформирования является постоянство формы и геометрических параметров очага деформации в стационарной фазе процесса. Динамическое поверхностное деформирование предполагает взаимодействие деформирующиего инструмента и упрочняемой поверхности в режиме ударного воздействия: гидродробеструйная обработка, чеканка, ультразвуковая обработка.

И статические, и динамические методы ППД основаны на принципе «расплющивания» поверхностного слоя, в результате чего в нём реализуются сжимающие ОН с неоднородным полем распределения, уравновешиваемые небольшими по величине, но распределёнными по всему объёму детали, растягивающими ОН. Для выбора оптимального режима поверхностного упрочнения можно, например, воспользоваться рекомендациями, изложенными в справочнике [137].

ОН в значительной мере влияют на износостойкость и долговечность элементов конструкций. В литературе большое количество публикаций посвящено оценке влияния ОН на прочностные характеристики элементов конструкций, такие как сопротивление усталости и циклическая прочность. В данном пункте диссертационной работы рассматривается только незначительная доля публикаций, дающая общее представление о влиянии сжимающих ОН на характеристики детали.

ТПУ и реализация ОН в изделиях, эксплуатируемых при высоких температурных нагрузках (лопатки, диски газотурбинных двигателей и др.), рассматриваются в работах Б. А. Кравченко и его соавторов [50–55]. Они, исследуя влияние ОН на сопротивление усталости и циклическую прочность, отмечают положительный эффект поверхностного упрочнения на характеристики рассматриваемых деталей.

Авторы работ [17, 60] исследовали и сравнивали эффективность наведённых сжимающих ОН при кручении и изгибе. В результате оказалось, что при изгибе сопротивление усталости выше, чем при кручении.

Анализ работ [7, 8, 10, 11, 14, 17, 19, 75–81, 131, 133] показывает, что ОН более эффективны для деталей с концентраторами напряжений, нежели чем для гладких образцов. Около впадин резьб, технологических отверстий, надрезов и галтелей предел выносливости при упрочнении увеличивается до четырёх раз, в то время как эффективность ОН в поверхностном слое гладких деталей составляет около 30%. В частности, такие способы ППД, как дробеструйная обработка и обкатка роликом, при оптимальном выбранных параметрах упрочнения могут дать прирост пределу выносливости до 150%. Это объясняется тем, что при поверхностном деформировании измельчается исходная структура материала и растёт плотность дислокаций, повышается предел текучести и изменяется шероховатость. Связано это с высокой концентрацией ОН возле галтелей, надрезов и других «неровностей».

Упрочнение гладких деталей с помощью дробеструйной обработки и обкатки роликом тоже может быть эффективно с точки зрения повышения усталостной прочности. В частности, эти методы применяют для снятия растягивающих напряжений, образовавшихся в поверхностном слое в результате шлифования детали [154].

Современные отечественные и зарубежные авторы много внимания уделяют исследованию ОН, возникающих при сварке, которая широко используется при конструировании трубопроводов в нефтегазовой промышленности. Так, в работе [84] представлены материалы исследований остаточных сварочных напряжений в сварных трубах большого диаметра при технологическом процессе «лист – труба». Установлена топография распределения ОН в окружном и продольном направлениях по всему периметру и длине трубы. Исследованы пути снижения растягивающих ОН в трубе за счёт локальной термомеханической обработки.

Эффективность применения ультразвуковых технологий для упрочнения сварных швов исследуется в работе [3]. Обзор прикладных методов восстановления остаточных сварочных соединений можно найти в статье [160].

Итак, растягивающие напряжения снижают прочность деталей, так как повышают напряжённость поверхностного слоя. В свою очередь, сжимающие ОН в поверхностном слое повышают циклическую прочность элементов конструкций [28, 47, 49, 58, 132, 146, 167].

Помимо чисто экспериментального исследования эффективности упрочнения многие авторы предпринимали попытки установить количественную связь между величиной ОН и пределом выносливости упрочняемой детали. С этой целью обычно используется соотношение, принятое для учёта влияния средних напряжений цикла на максимально допустимую амплитуду изгиба [75–80]:

$$\sigma_{-1}^{ynp} = \sigma_{-1}^0 - \psi_{\sigma} \sigma_{ocm}^{\scriptscriptstyle SKB}, \qquad (1.1)$$

где  $\sigma_{-1}^{ynp}$  – предел выносливости детали после упрочнения,  $\sigma_{-1}^{0}$  – предел выносливости детали до упрочнения,  $\psi_{\sigma}$  – феноменологический коэффициент влияния ОН на предел выносливости,  $\sigma_{ocm}^{3\kappa_{B}}$  – эквивалентное остаточное напряжение на поверхности детали.

Если перейти к приращению предела выносливости Δσ<sub>-1</sub>, формулу (1.1) можно записать так:

$$\Delta \sigma_{-1} = \Psi_p \left| \sigma_{ocm}^{\scriptscriptstyle 3K\theta} \right|. \tag{1.2}$$

Исследованию влияния OH на предел выносливости посвящена статья [120], в которой для гладких образцов получено значение феноменологического коэффициента влияния  $\psi_{\sigma} = 0.15$ .

В работе [118] установлено среднее значение коэффициента  $\psi_{\sigma} = 0,175$  для цилиндрических образцов диаметра 10 мм с надрезами полукруглого и полуэллиптического профилей.

Упрочнённые обдувкой дробью образцы из сталей 20ХНМ и 40Х подвергались испытаниям в работе [117]. Было установлено, что в среднем для всех рассмотренных случаев  $\psi_{\sigma} = 0,14$ .

Для алмазного выглаживания получен широкий диапазон значений коэффициента  $\psi_{\sigma}$  от 0 до 0,3. Испытывались гладкие образцы из жаропрочного сплава ЭИ437Б [68].

В работе [136] сжимающие ОН во впадинах зубьев цементованных шестерён варьировались в пределах от 200 до 1600 МПа. Коэффициент влияния  $\psi_{\sigma} = 0,182$ .

В статье [130] для определения предела выносливости гладких упрочнённых образцов предлагается использовать следующее соотношение:

$$\sigma_{-1\mu} = \frac{\sigma_{-1} + \psi \sigma_{\theta}}{1 + \psi}, \qquad (1.3)$$

где  $\psi$  – эмпирический коэффициент,  $\sigma_{-1\mu}$  – предел выносливости неупрочнённой детали. Авторами исследованы образцы из АК4-1 и ВД17, в результате определено, что  $\psi$  = 0,25. Формула (1.3) получена на основании предположения о равенстве суммы внутренних и рабочих напряжений пределу прочности образца. Это предположение позволяет определить ОН без замеров.

Для того, чтобы учесть величину ОН не только на поверхности детали, но полную эпюру распределения по глубине слоя, Павлов В. Ф. с соавторами в работе [80] предложили для оценки величины  $\left|\sigma_{ocm}^{_{3KB}}\right|$  в формуле (1.2) следующее соотношение:

$$\sigma_{ocm}^{_{\mathcal{H}\mathcal{B}}} = \overline{\sigma}_{ocm} = \frac{2}{\pi} \int_{0}^{1} \frac{\sigma_z(\xi)}{\sqrt{1-\xi^2}} d\xi, \qquad (1.4)$$

где  $\sigma_z(\xi)$  – осевая компонента тензора ОН в наименьшем сечении детали с концентратором;  $\xi = \frac{y}{t_{\kappa p}}$  – расстояние от дна надреза до текущего слоя, выраженное в долях *t<sub>кp</sub>*. Через *t<sub>кp</sub>* обозначена предельная глубина нераспространяющейся усталостной трещины, возникающей при работе детали на пределе выносливости.

В работе [46], одним из соавторов которой является автор настоящей диссертации, критерий (1.4) был успешно использован для прогнозирования предела выносливости упрочнённых образцов с концентраторами напряжений при повышенной температуре на примере стали ЭИ961, а также сплавов В95 и Д16Т.

Следует отметить, что до работ В. Ф. Павлова [75–83] в большинстве работ величина  $|\sigma_{ocm}^{_{3KB}}|$  принималась равной одной из компонент тензора ОН на поверхности образца. Как правило, для цилиндрических образцов она отождествлялась с осевыми напряжениями.

Итак, множество экспериментальных и аналитических исследований подтверждают положительное влияние сжимающих ОН на прочностные характеристики элементов конструкций. В рассмотренных работах проведены эксперименты для гладких деталей и изделий с концентраторами напряжений, изготовленных из различных материалов. Проанализировано влияние внутренних напряжений на сопротивление усталости при различных режимах нагружения (кручение, изгиб). Предложены аналитические формулы для оценки эффективности упрочнения. Полученные результаты позволяют сделать вывод о том, что теоретикоэкспериментальное определение ОН в деталях может значительно сэкономить материально-трудовые и временные ресурсы при расчётах на прочность.

Вышеизложенное позволяет определить задачу оценки НДС изделия после упрочнения как исключительно важную и требующую тщательного исследования.

# 1.2. Методы восстановления напряжённо-деформированного состояния в поверхностном слое упрочнённой детали

Восстановление НДС предполагает оценку распределения в объёме детали ОН и полных деформаций. Так как автор настоящей диссертационной работы ста-

вит перед собой в качестве одной из задач разработку новых методик расчёта ОН и пластических деформаций после процедуры упрочнения, данный пункт посвящается классификации существующих методов оценки НДС детали.

Все методы восстановления НДС в поверхностном слое можно разделить на две группы: экспериментальные и аналитические. Стоит сразу отметить, что в данном контексте термин «экспериментальный» носит условный характер, так как измерить непосредственно внутренние напряжения нельзя. На практике же, например, в методах колец и полос [32], высверливании отверстий, для экспериментального определения доступны только некоторые интегральные перемещения. Значения напряжений уже рассчитываются на основании теории упругости и конструктивных особенностей рассматриваемого изделия. Поэтому в дальнейшем для удобства и краткости условимся использовать термин «экспериментальные» для обозначения феноменологических расчётно-экспериментальных методов восстановления НДС.

Экспериментальные методы делятся на 2 вида: физические и механические.

К физическим относятся такие методы, как рентгеновские, радиополяризационные, голографические, физико-химические, ультразвуковые, фотоупругих покрытий, акустические, оптические и некоторые другие.

Наиболее чувствительными являются рентгеновские методы, позволяющие определить собственные напряжения всех трёх видов. Теоретическую возможность применения рентгеновского метода установил Г. И. Аксёнов в 1929 году [2]. Своё развитие эти методы получили, например, в работах [31, 66, 140]. Сегодня рентгеновские методы используются для проведения неразрушающего контроля элементов конструкций промышленных комплексов, например трубопроводов нефтегазодобывающих предприятий. Теоретические основы и способы оптимизации применения этих методов активно развиваются в зарубежных публикациях [145, 151–161, 166]. Принцип рентгеновских методов заключается в том, что деформации кристаллической решётки материала приводят к изменениям интер-

ференционной картины. Развитию этих методов способствовала возможность измерить нормальные компоненты тензора упругих деформаций на малых участках в произвольном направлении эллипсоида деформации, не разрушая изделия [140]. Однако на значительной глубине с помощью рентгена невозможно определить ОН без разрушения детали. Кроме того, этот физический метод даёт осреднённые значения собственных напряжений и неприменим для определения НДС в концентраторах, угол раскрытия которых менее 120°.

Итак, основное достоинство физических методов заключается в том, что они могут применяться для контроля НДС у поверхности изделия без остановки технологического процесса, поскольку являются неразрушающими. Однако для решения прикладных задач требуется знать распределение ОН по объёму детали. Кроме того, физические методы чувствительны к структурной неоднородности материала детали. Поэтому они лишь частично применимы для решения задач механики упрочнённых конструкций.

Механические методы подразделяются на экспериментальные разрушающие, экспериментальные неразрушающие, расчётно-экспериментальные и расчётные.

Теория ОН и способы их определения получили развитие в работах отечественных учёных: Биргер И. А., Давиденков Н. Н., Иванов С. И., Кравченко Б. А., Кудрявцев И. В., Папшев Д. Д., Павлов В. Ф., Степнов М. Н., Туровский М.Л.; и зарубежных авторов: Алмен И., Бюлер Г., Дои О., Тум А. и другие. Большинство работ посвящено «гладким» образцам. Анализ таких исследований можно найти во многих диссертациях [15, 17, 25, 34, 45, 138, 139] и обзорных статьях [10, 11 и других]. Большой вклад в развитие методов определения ОН элементов конструкций с «гладкой» поверхностью, а также с концентраторами напряжений внесли С. И. Иванов и его ученики [32, 34, 35, 36, 38, 40].

Разрушение деталей обычно начинается с концентраторов напряжений, которые становятся очагами развития коррозии и усталостных трещин. Поэтому с

практической точки зрения особый интерес представляют работы, посвящённые методам определения ОН в деталях сложной формы (изделия с надрезами, галтели, впадины шестерён и шлиц).

В работе [26] исследуются образцы, вырезанные из детали в галтельных переходах. ОН определяли, измеряя перемещения при послойном снятии материала с криволинейной поверхности образцов. При этом принималось допущение об одноосном НДС, а дополнительные напряжения за счёт вырезки полосок из детали не учитывались. Следует отметить, что такой метод применим только для концентраторов напряжений больших размеров. Кроме того, он позволяет определить только часть компонент тензора ОН.

Аналогичный метод был применён авторами статей [135, 136] для восстановления полей ОН во впадинах зубьев шестерён из цементованной стали. Со впадины снимался образец с поверхностью, равноудалённой от поверхности впадины. Вырезка выполнялась электрохимическим способом с помощью фигурного электрода. В качестве допущений впадина зубьев шестерён моделировалась дугой окружности, а распределение ОН по поверхности впадины предполагалось равномерным. Необоснованное применение теории изгиба для определения дополнительных напряжений от вырезки образца привело к противоречаще малой толщине упрочнённого слоя при значительной концентрации ОН.

В работе [118] рассматривалась деталь в виде цилиндра. Для определения ОН на дне кругового надреза использовался метод колец и полосок, который широко применяется для исследования упрочнённых цилиндров. Дополнительные напряжения, возникающие при вырезании полосок и колец из детали, не учитывались. Применение теории изгиба брусьев, которое имело место для связывания ОН полоски и её прогибами, недопустимо, поскольку размер поперечного сечения превышает длину участка, на котором были приложены эквивалентные удалению слоёв нагрузки.

Монография [133] содержит описание экспериментов по определению ОН во впадинах ёлочного замка лопатки турбины. На основании теории изгиба брусьев определялась осевая компонента тензора ОН. Окружные напряжения не учитывались, несмотря на то, что от них в большей мере зависит усталостная прочность замка. Вопреки работам [32, 34], в которых показано, что влияние окружных напряжений на прогибы образца при срезе слоёв значительно, принято допущение о возможности пренебрежения окружной компонентой тензора ОН.

В работах [17, 39] при исследовании внутренних напряжений во впадинах шлиц авторы ограничивались определением только окружной компоненты тензора ОН, что объясняется «параллельностью» усталостных трещин оси детали.

В последние годы для решения задачи связывания ОН и перемещений (деформаций) при срезании слоёв деталей с концентраторами напряжений широко используют метод конечных элементов (МКЭ). Это, в частности, связано с тем, что при выраженной локализации ОН метод представления деформации с помощью чистого изгиба и растяжения-сжатия может привести к большой погрешности [150]. Так, в работе [50] МКЭ применяется для определения ОН в пазах дисков турбины. Наблюдается хорошее соответствие результатам расчёта по теории изгиба брусьев. Однако авторы определяли напряжения лишь в цилиндрической части впадины паза, не рассматривая криволинейную часть, которая является наиболее опасной областью паза диска.

Итак, на основании приведённого аналитического обзора экспериментальнорасчётных методов определения ОН можно сделать вывод о хорошей проработке физических и механических методов. Однако, ввиду доступности для определения этими методами только одной или, в некоторых случаях, двух компонент тензора ОН, становится очевидной необходимость в научно-обоснованных математических моделях процессов реализации ОН и восстановления полной картины НДС, включающей в себя помимо тензора собственных напряжений ещё и три компоненты тензора полных деформаций с учётом упругих и пластических составляющих.

Верн (Н. Wern) в ряде своих работ с соавторами [168, 169] рассматривает возможность распространения экспериментально-расчётных методов на определение трёхосных полей ОН. Однако предлагаемые варианты практически не реализуемы с технической точки зрения. Кроме того, такой подход приводит к необходимости решения плохо обусловленных обратных задач [168], что само по себе является серьёзной математической проблемой.

Из вышеизложенного следует, что с помощью разработанных на сегодняшний день чисто экспериментальных методов восстановления ОН получить полную картину НДС невозможно.

Помимо экспериментальных и расчётно-экспериментальных подходов в работах отечественных и зарубежных авторов исследуются аналитические методы восстановления ОН [4, 12, 13, 50, 55, 64, 83, 142, 143, 154, 155].

На основании существующих наработок можно сделать вывод о том, что аналитические методы для решения задачи восстановления НДС можно применять только тогда, когда задача сводится либо к контактной краевой задаче упругопластических тел, либо к задаче термоупругопластичности. Эти методы неприменимы для таких способов упрочнения, как гидро- и пневмодробеструйная обработка, поскольку вторые связаны с многократными столкновениями шариков с одной и той же частью поверхности изделия, т.е. процесс формирования упрочнённой поверхности носит фактически стохастический характер.

Аналитические методы для решения термоупругопластической краевой задачи восстановления ОН применялись в работах [61, 148]. В частности, Шульц (В. Scholtes) с соавторами [148] рассчитывали внутренние напряжения для цилиндрических образцов из легированной стали SAE4140 (42CrMo4) на основании физики твёрдого тела. Наблюдается хорошее соответствие между расчётными и экспериментальными значениями, полученными рентгеновским методом. В работе [51] исследуются ОН, наведённые в замковой части диска турбины ГТД после ТПУ, с целью определения рекомендаций по технологии ТПУ и контролю качества процесса упрочнения. Наблюдается значительное перераспределение полей собственных напряжений при снятии слоёв материала с поверхности, подготавливаемой к экспериментальному определению ОН.

Задача восстановления НДС в поверхностном слое концентраторов напряжений после проведения ТПУ рассматривается в работе [52]. Применяется МКЭ для оценки ОН, исследуется их влияние на прочностные характеристики изделий, но отсутствуют экспериментальные данные, которые могли бы подтвердить результаты аналитического решения.

Монография [55] содержит систематизацию построения аналитических решений задачи восстановления ОН при ТПУ. Следует также отметить, что в программной системе конечно-элементного анализа ANSYS реализован расчётный модуль решения термоупругопластической краевой задачи восстановления НДС на поверхности элемента конструкции.

Гэмбин (W. Gambin) в статье [154] строит математическую модель, описывающую процесс полирования элементов конструкций с помощью роликов. Описано явление возникновения тонкого слоя материала с пониженными модулями пластичности. Обозначено, что степень «размягчённости» металла зависит от температуры контактного слоя, скорости процесса упрочнения и количества циклов обработки. Отмечено развитие микротрещин, связанное с тем, что слои металла с уменьшенными пластическими модулями движутся относительно ролика в различные стороны. Предлагается строить поля линий скольжения со сниженным вблизи поверхности пределом текучести, учитывая тем самым эффект размягчения материала. На основании предложенного решения определены предельные значения силовых нагрузок, при которых это явление не наблюдается.

В статье того же автора [155] процесс обкатки роликом моделируется в виде классической задачи о качении жёсткого цилиндра по деформируемому простран-

ству. Рассматриваются варианты приложения больших нагрузок, исследуется возникающая в этом случае перед катящимся роликом пластическая волна. При нагружении полупространство принимается жёстко-идеальнопластическим, при разгрузке – упругим. Результаты, полученные с помощью предложенных аналитических формул, сравнивают с расчётами других исследователей, полученными при меньших нагрузках. Стоит отметить некоторое завышение расчётных ОН, связанное с неучётом упругих деформаций.

В статье [64] Р. Р. Мавлютовым и его соавторами предложены методики восстановления НДС образцов в виде пластин с технологическими концентраторами напряжений.

Следует отметить несколько работ, в которых для расчёта поля ОН применяется теорема об упругой разгрузке Г. Генки (Н. Hencky) [156]. Так, в статье [4] на основе этой теории предложен метод восстановления НДС в изделиях сложной формы на примере цилиндрической детали с круговым концентратором напряжений. В работе А. А. Шапарина [144] исследуется обкатывание цилиндрической детали. По той же теореме о разгрузке после каждого цикла нагружения определяются ОН. По причине стационарности очага деформации после упрочнения изделие представимо в виде набора фрагментов с неизменными эпюрами ОН и пластических деформаций. Эпюра ОН в детали принималась такой же, как эпюра на задней границе очага пластических деформаций при единичном воздействии упрочняющего инструмента на осевое сечение образца. Приводится сравнение расчётных значений с экспериментальными данными.

Однако теорема об упругой разгрузке применима для расчёта ОН лишь при силовом и температурном нагружениях, когда имеют место единичные акты упрочнения. В случаях же упрочнения гидродробеструйной обработкой, продувкой дробью и другими аналогичными способами, определить НДС на основе этой теории практически невозможно. В статьях [12, 119] авторы пытаются применить теорему о разгрузке при исследовании ОН после виброупрочнения и дробеструй-

ной обработки. В частности, в работе [12] этим способом удаётся определить поля ОН только после единичных ударов шарика о поверхность упрочняемой детали. В связи с многократным стохастическим попаданием дроби в одну и ту же точку использование чисто аналитических способов восстановления НДС для подобных случаев крайне затруднено.

Обзор литературных источников и исследований показывает, что аналитические методы восстановления ОН имеют ряд недостатков и ограничений, связанных с погрешностью при введение допущений, решением краевых задач, случайным распределением механических свойств металла и окружающей среды и многих других причин.

В силу вышеизложенного можно сделать вывод о том, что феноменологические методы более предпочтительны, чем аналитические, так как они основываются на частично известной информации об эпюрах ОН, которая может быть принята как реперная точка при разработке методов восстановления НДС в поверхности детали после процедуры упрочнения.

Феноменологический метод восстановления полной картины НДС в поверхностном слое цилиндрических деталей с «гладкой» поверхностью и с концентраторами напряжений по частично известной экспериментальной информации об эпюрах ОН был предложен, научно обоснован и разработан в цикле работ В. П. Радченко и М. Н. Саушкина [93, 94, 105, 110]. В качестве исходной информации выступают одна или в некоторых случаях две экспериментально определённые компоненты тензора ОН. При этом вводится гипотеза о плоских сечениях, допущение об отсутствии вторичных пластических деформаций в области сжатия и предположение о том, что касательные компоненты тензора ОН отсутствуют либо малы по сравнению с нормальными, и ими можно пренебречь. Кроме того, было введено предположение о том, что пластические деформации наводятся так же, как на плоскости полупространства, то есть рассматривался режим изотропного упрочнения. В работах, развивающих подходы указанных исследователей, в том

числе при участии автора настоящей диссертационной работы [107], предлагаемые методы распространены на случай анизотропного упрочнения.

Поскольку указанные работы В. П. Радченко и М. Н. Саушкина являются основополагающими для дальнейших исследований в настоящей диссертационной работе, кратко изложим их суть применительно к гладкому цилиндрическому образцу.

Задача решается на основании уравнения равновесия и условия совместности деформаций. Вводится гипотеза о том, что недиагональные компоненты тензоров ОН и деформаций малы по сравнению с нормальными, и ими можно пренебречь. Предполагается также, что вторичные пластические деформации в области сжатия не возникают.

Вводится стандартная цилиндрическая система координат r,  $\theta$ , z. Через  $\sigma_{\theta}^{res}$ ,  $\sigma_r^{res}$  и  $\sigma_z^{res}$  обозначаются окружное, радиальное и осевое ОН, а через  $q_{\theta}$ ,  $q_r$  и  $q_z$  – соответствующие компоненты тензора остаточных пластических деформаций. Основополагающей гипотезой в описываемом методе является связь между компонентами пластической деформации вида  $q_z(r) = \alpha q_{\theta}(r)$ , где  $\alpha$  – феноменологический коэффициент анизотропии упрочнения ( $\alpha = 1$  соответствует изотропному упрочнению (обработка поверхности микрошариками, ТПУ, ультразвуковое упрочнение),  $\alpha \neq 1$  – анизотропному упрочнению известно распределение  $\sigma_{\theta}^{res}$  и  $\alpha$ , то остальные нормальные компоненты тензоров напряжений и пластических деформаций с учётом пластической несжимаемости материала определяются через эти величины по следующим формулам [107]:

$$\sigma_r^{res}(r) = -\frac{1}{r} \int_r^a \sigma_{\theta}^{res}(x) dx; \qquad (1.5)$$

$$q_{\theta}(r) = \frac{(1+\mu)(1-2\mu)}{E(1+\alpha\mu)^{2}} r^{-\frac{2+\alpha}{1+\alpha\mu}} \int_{0}^{r} x^{\frac{1+\alpha-\alpha\mu}{1+\alpha\mu}} \left[\sigma_{r}^{res}(x) + (1+\alpha)\sigma_{\theta}^{res}(x)\right] dx - \frac{1+\mu}{E(1+\alpha\mu)} \left[(1-\mu)\sigma_{\theta}^{res}(r) - \mu\sigma_{r}^{res}(r)\right];$$
(1.6)

$$q_z = \alpha q_{\theta}; \tag{1.7}$$

$$q_r = -q_{\theta} \left( 1 + \alpha \right); \tag{1.8}$$

$$\varepsilon_{z}^{0} = \frac{2}{a^{2}} \int_{0}^{a} r \left\{ q_{z}(r) - \frac{\mu}{E} \left[ \sigma_{r}^{res}(r) + \sigma_{\theta}^{res}(r) \right] \right\} dr; \qquad (1.9)$$

$$\sigma_z^{res}(r) = E\left(\varepsilon_z^0 - q(r)\right) + \mu\left(\sigma_r^{res}(r) + \sigma_{\theta}^{res}(r)\right), \qquad (1.10)$$

где *а* – радиус цилиндра, μ – коэффициент Пуассона, *E* – модуль Юнга, ε – полная деформация, α – феноменологический параметр анизотропии упрочнения.

Таким образом, схема расчёта полей остаточных напряжений и пластических деформаций в сплошном цилиндре после упрочнения его поверхности имеет следующий вид:

$$\sigma_{\theta}^{res}(r) \xrightarrow{1.5} \sigma_{r}^{res}(r) \xrightarrow{1.6} q_{\theta}(r) \xrightarrow{1.7,1.8} q_{z}(r), q_{r}(r) \xrightarrow{1.9} \cdots \xrightarrow{1.9} \epsilon_{z}^{0} \xrightarrow{1.10} \sigma_{z}^{res}(r).$$
(1.11)

Номера над стрелками означают формулы, по которым рассчитывается соответствующая величина. Из схемы (1.11) следует, что в конечном итоге компоненты  $\sigma_r^{res}$ ,  $\sigma_z^{res}$ ,  $q_{\theta}$ ,  $q_r$  и  $q_z$  определяются через  $\sigma_{\theta}^{res}$  и параметр  $\alpha$ .

Но величина  $\alpha$  (феноменологический параметр) а́ priori определена быть не может. Для расчёта напряжённо-деформированного состояния в поверхностном слое анизотропно упрочнённой детали необходимо знать экспериментальные эпюры  $\sigma_{\theta} = \sigma_{\theta}(r)$  и  $\sigma_z = \sigma_z(r)$ . Тогда параметр анизотропии определяется с помощью вариации значения  $\alpha$  и повторения схемы расчёта (1.11) до достижения минимума отклонения расчётных значений окружной и осевой эпюр тензора ОН от экспериментальных.

Следует отметить, что систематических исследований влияния параметров технологического процесса на величину  $\alpha$  не имеется, и это является одной из задач настоящего диссертационного исследования.

Ввиду того, что экспериментальные данные носят дискретный характер и как правило определяются только в области сжатия, для применения математического аппарата интегрирования в схеме (1.11) предлагается аналитическая зависимость для аппроксимации эпюры ОН вида

$$\sigma_{\theta}^{res}(r) = \sigma_0 - \sigma_1 \exp\left(-\frac{(a-r)^2}{b^2}\right), \qquad (1.12)$$

где  $\sigma_0$ ,  $\sigma_1$  и *b* – параметры аппроксимации, подлежащие определению. Следует отметить, что согласно [94] зависимость (1.12) удовлетворяет условию самоуравновешенности эпюры окружных ОН:

$$\int_{0}^{a} \sigma_{\theta}^{res}(r) dr = 0.$$
(1.13)

Аппроксимация вида (1.12) соответствует случаю, когда максимум (по модулю) окружной компоненты ОН находится на поверхности образца, т.е. эпюра схематически имеет вид, представленный на рисунке 1.1.



Рис. 1.1. Схематический график экспериментальной зависимости  $\sigma_{\theta}^{res} = \sigma_{\theta}^{res}(h)$  в сплошном цилиндре при максимуме (по модулю) эпюры на поверхности образца

Здесь h = a - r – глубина упрочнённого слоя,  $\sigma^*$  – экспериментальное значение  $\sigma_{\theta}^{res}$  при r = a (на поверхности образца),  $h_0$  – глубина слоя, при которой значение  $\sigma_{\theta}^{res}(h_0) = 0$ .

Однако характер экспериментальной зависимости для величины  $\sigma_{\theta}^{res} = \sigma_{\theta}^{res}(r)$  не всегда имеет вид, представленный на рисунке 1.1. Так, в работе [5] для аппроксимации экспериментальных значений окружной компоненты ОН используется аналитическая формула вида

$$\sigma_{\theta}^{res}(r) = \sigma_0 - \sigma_1 \exp\left(-\frac{\left(a - h^* - r\right)^2}{b^2}\right), \qquad (1.14)$$

где  $h^*$  – расстояние от поверхности цилиндра, на котором располагается экстремум (локальный минимум) эпюры. Такая зависимость позволяет описывать случаи, когда максимум (по модулю) окружной компоненты ОН находится на некоторой глубине от поверхности, а эпюра схематически имеет вид, представленный на рисунке 1.2. Очевидно, что (1.12) является частным случаем (1.14) при  $h^* = 0$ .



Рис. 1.2. Схематический график экспериментальной зависимости  $\sigma_{\theta}^{res} = \sigma_{\theta}^{res}(h)$  в сплошном цилиндре при максимуме (по модулю) эпюры на некоторой глубине ( $h^* > 0$ )

В работе [5] приводится подробная схема определения параметров аппроксимации (1.14), основанная на использовании (1.13) и характерных точек графика  $h_0$ ,  $h^*$ . Основные её соотношения имеют вид:

$$\exp\left[-\left(\frac{h_0 - h^*}{b}\right)^2\right] = \frac{b\sqrt{\pi}}{2R} \left[\operatorname{erf}\left(\frac{R - h^*}{b}\right) - \operatorname{erf}\left(-\frac{h^*}{b}\right)\right]; \quad (1.15)$$

$$\sigma_1 = \frac{\sigma^*}{\exp\left[-\left(\frac{h_0 - h^*}{b}\right)^2\right] - 1};$$
(1.16)

$$\sigma_0 = \sigma_1 + \sigma^*. \tag{1.17}$$

Схема идентификации параметров аппроксимации принимает вид:

$$a, h_0, h^*, \sigma^* \xrightarrow{(1.15)} b \xrightarrow{(1.16)} \sigma_1 \xrightarrow{(1.17)} \sigma_0,$$
 (1.18)

где числа над стрелками указывают на номер соответствующей формулы.

Следует отметить, что алгоритмизация и соответственно программный комплекс для процесса восстановления напряжённо-деформированного состояния в гладком упрочнённом цилиндрическом образце на основании исходной информации в виде аппроксимаций (1.12) и (1.14) в настоящее время отсутствуют, так же как отсутствуют и детальные исследования влияния различных технологических факторов на НДС в упрочнённом слое. Поэтому формулы (1.5)–(1.17) в настоящей работе были использованы для реализации модуля восстановления НДС для сплошных цилиндров в программном комплексе, подробное описание которого приведено в главе 5. Результаты многочисленных расчётов, рассчитанных по схеме (1.11) с использованием аппроксимации (1.14), и их сравнение с экспериментальными данными приведены ниже в п. 2.3.

Описанный феноменологический подход привлекателен тем, что он позволяет восстановить полную картину НДС, включая все компоненты тензора ОН и полных деформаций с учётом упругих и пластических составляющих. Этой информации достаточно для решения краевых задач о релаксации ОН на фоне реологического деформирования изделий в условиях ползучести, которые имеют большое практическое значение в общем, энергетическом, нефтехимическом и аэрокосмическом машиностроении.

Анализ вышеприведённых и других работ показывает, что на сегодняшний день методы определения НДС в упрочнённых цилиндрических деталях хорошо исследованы для образцов с гладкой поверхностью.

Рассмотрим теперь вопросы восстановления напряжённо-деформированного состояния в цилиндрических образцах с мелкими концентраторами (полукруглые надрезы, V-образные выточки и т.д.), упрочнить поверхность которых традиционными методами (обработка микрошариками, гидродробеструйная обработка и т.д.) не представляется возможным. В данном случае используют технологию опережающего поверхностного пластического деформирования, при которой сначала осуществляется поверхностное упрочнение гладкой детали, а затем наносятся механическим способом концентраторы той или иной геометрии (другими словами, удаляется часть упрочнённого материала). С математической точки зрения возникает задача оценки НДС в цилиндрическом изделии с концентраторами по первоначальным остаточным деформациям, рассчитанных для гладкого образца, т.е. фактически решается задача о перераспределении напряжений в изделии с концентратором в связи с удалением части объёма материала [16, 18, 79, 82, 97, 100, 111–113]. Следует отметить, что напряжённое состояние в наименьшем сечении образца (во впадине концентратора) является исходным, например, для оценки сопротивления усталости детали в условиях многоциклового нагружения [79, 82]. Основной проблемой при таком подходе является корректное определение начальных остаточных пластических деформаций в гладком образце после процедуры упрочнения. Так, в работах [16, 18, 82, 100] использовалось упрощающее предположение о том, что остаточные пластические деформации по толщине слоя обладают свойством однородности (имеют одно и то же значение). Однако такой
подход противоречит реальному состоянию в упрочнённом слое и не позволяет в полном объёме определить компоненты тензоров напряжений и деформаций по объёму цилиндрического образца с концентраторами. Точное решение задачи приведено в работах В. П. Радченко, М. Н. Саушкина, А. Ю. Курова [97, 111–113], которые базируются на описанной выше схеме (1.11). Схема решения следующая. Сначала упрочняется гладкий цилиндрический образец и по схеме (1.11) определяются остаточные (начальные) пластические деформации. Затем удаляется часть материала образца под концентраторы напряжений, при этом происходит перераспределение полей напряжений вследствие нарушения уравнений совместности деформаций. В указанных работах начальные деформации моделируются температурными деформациями, и численно методом конечных элементов решается задача фиктивной термоупругости относительно неизвестных остаточных напряжений. В итоге авторы [97, 111–113] получают полную картину напряжённодеформированного состояния в области концентратора.

Следует отметить и аналитический метод определения закона распределения остаточных напряжений в полуэллиптическом концентраторе тонкой пластинки, разработанный в работе [41] и широко использовавшийся в прикладных исследованиях [18, 79, 82]. Здесь задача решается средствами теории функции комплексного переменного.

Однако в процессе эксплуатации элементов конструкций в условиях температурных и силовых нагрузок происходит процесс релаксации (уменьшение по модулю) ОН на фоне реологического деформирования детали. Ввиду значительного влияния внутренних напряжений на прочностные характеристики изделий (см. п. 1.1), становится актуальной задача расчёта кинетики ОН напряжений в условиях ползучести, решение которой необходимо для оценки остаточного ресурса детали.

37

### 1.3. Кинетика полей остаточных напряжений в упрочнённых деталях в условиях ползучести

В работах, проанализированных в п. 1.1 настоящей работы, отмечается положительное влияние ОН, наведённых в элементах конструкций при нормальных температурных условиях. В дополнение к этим исследованиям, в работах [30, 49, 59, 71, 73, 141] отмечается положительный эффект от упрочнения для деталей, эксплуатируемых при повышенных температурах. Так, в статье [49] установлено, что «обстрел» микрошариками лопаток турбины из ЖС6КП увеличивает предел выносливости при температуре 800 °C с 328 до 368 МПа, а в работе [59] отмечается повышение предела выносливости на 20% при исследовании упрочнённых с помощью ППД хвостовиков лопаток турбины из жаропрочного сплава ЖС6У.

В процессе эксплуатации изделия при нормальной температуре поля ОН длительное время сохраняют начальное распределение [56]. Однако при повышенной температуре происходит перераспределение полей ОН, причём интенсивность этого процесса растёт вместе с температурой. Так, в работе [67], в которой исследуются образцы из стали 2X13 при температуре 430 °C, наблюдается уменьшение ОН по модулю на 78% за 20 часов термоэкспозиции.

В поверхностном слое упрочнённых с помощью «обстрела» микрошариками образцов из сплава ЖС6Ф реализуются ОН, модуль значения которых достигает 1100 МПа [54]. Однако через 2 часа термоэкспозиции при температуре 950 °С, это значение снижается до 750 МПа. Через 50 часов наблюдается почти полная релаксация ОН. В аналогично упрочнённых цилиндрах из ЖС6КП после выдержки при температуре 650°С наблюдается снижение модуля сжимающих ОН с 1000 МПа до 410 МПа, а при 800°С ОН релаксируют на 85%. Подобные результаты описаны в работах [49].

В работе [88] выполнены экспериментальные исследования релаксации остаточных напряжений в упрочнённых полых цилиндрических образцах из сплавов В95 и Д16Т при температуре 125°С в условиях термоэкспозиции. Показано, что в образцах из сплава B95 остаточные напряжения релаксируют достаточно слабо, в то время как в образцах из сплава Д16Т практически за время испытаний остаточные напряжения полностью релаксировали.

В работе [89] выполнено исследование влияния термоэкспозиции на релаксацию остаточных напряжений плоских образцов из сплава ЭП742 при T=650°C в течение 100 и 500 часов для четырёх режимов ультразвукового упрочнения. Установлено, что за это время вследствие ползучести под действием самоуравновешенных остаточных напряжений произошла существенная релаксация напряжений в области сжатия, до 20-30%.

В связи с тем, что большинство изделий общего и авиационного промышленного комплексов подвергаются значительным температурным нагрузкам, а их прочностные характеристики зависят от полей наведённых ОН, задача оценки кинетики ОН при высоких температурах является актуальной. Эксперименты, посвящённые оценке влияния рабочих нагрузок и температур на перераспределение полей ОН, можно найти в работах [20, 27, 55, 56, 57, 67, 157].

Деформации, развивающиеся в условиях эксплуатации деталей при силовых и температурных нагрузках, можно описать деформациями ползучести. Поэтому, с феноменологических позиций механики сплошных сред релаксацию ОН можно рассматривать как процесс, обусловленный ползучестью материала.

При термоэкспозиции в начальный период времени наблюдается стремительное снижение модулей ОН, которое затем замедляется и стабилизируется. Такие выводы получены в работе [159], в которой Кадраои исследует упрочнённые дробью образцы из суперсплава на никелевой основе методом дифракции рентгеновских лучей. Анализируются эксперименты, в ходе которых проводится термоэкспозиция исследуемых образцов с выдержкой от 10 до 100 ч при температурах 600 и 650 °C. Наиболее интенсивная релаксация ОН отмечена на поверхности деталей, наблюдается прямая зависимость между температурой и темпами снижения модулей значений сжимающих ОН. Анализ работ [1, 30, 54], исследующих задачу о релаксации ОН в условиях ползучести, показывает, что в большинстве случаев эта задача решается без учёта силовых нагружений (только температурная нагрузка) для простых деталей с применением теории ползучести, описывающей лишь первые две стадии. Однако большие значения ОН (порядка 600–1000 МПа) обуславливают необходимость в учёте третьей стадии ползучести, а также накопленных пластических деформаций.

Большой объём экспериментальной информации по влиянию температурной выдержки на релаксацию внутренних напряжений можно найти в монографиях [37, 80]. Рассматриваются гладкие детали, образцы с концентраторами напряжений и резьбовые впадины. К сожалению, работы не содержат первичные кривые ползучести. Однако для экспериментальной проверки существующих математических моделей релаксации ОН можно восстановить эту информацию по справочникам, например по [43, 134]. Аналогично, с помощью справочника, можно обработать данные из статьи [74], авторы которой приводят аппроксимации кривых ОН после процедуры упрочнения и длительной термоэкспозиции при температуре 550 °C образцов из сплава ХН73НБТЮ-ВД (ЭИ 698 ВД).

Среди зарубежных авторов стоит отметить Бучанан (Buchanan D. J.), который вместе с соавторами в работе [149] исследует кинетику остаточных напряжений в образцах из жаропрочного никелевого сплава IN100 после дробеструйной обработки и длительной термоэкспозиции при T = 650 °C. В работе отмечается сохранение характера эпюр ОН при снижении модулей их значений в условиях силового нагружения. В силу отсутствия у авторов первичных кривых ползучести никакие математические модели, описывающие процесс релаксации, не предложены. Для выполнения расчётов эти недостающие данные можно найти в [153].

В работе [65] представлены экспериментальные данные по ОН в образцах из стали 12Х1МФ в процессе термоциклирования в режиме «нагрев-охлаждениенагрев» с повышением температуры в каждом очередном цикле испытаний. Внутренние напряжения определялись методом рентгеновской дифракции [62, 63]. Отмечается осциллирующий характер ОН, изменяющихся в процессе циклического нагрева. Однако не предлагается никакой математической модели, описывающей этот процесс.

Большое количество исследований посвящено изучению кинетики полей ОН в упрочнённых образцах, подвергаемых циклическим нагрузкам [146, 147, 152]. Рассматриваются как гладкие детали, так и изделия с концентраторами напряжений. Встречаются эксперименты, проводимые при незначительных температурах, порядка 20 °C. Процесс релаксации ОН моделируется с применением различных теорий неупругого реологического деформирования. Однако в литературе отсутствуют экспериментальные данные для случаев одновременного силового и температурного нагружений. Этот факт обусловлен сложностью проведения подобных экспериментов и, в частности, с невозможностью определения полей ОН в образце, находящемся под нагрузкой при высокой температуре. Сравнительно недавно стали широко применяться рентгеновские методы неразрушающего определения внутренних напряжений [146, 159, 163], однако при одновременном силовом и температурном нагружении их применение затруднительно. Кроме этого, эти методы дают усреднение значений ОН по глубине анализируемого слоя.

Большинство экспериментов при режимах циклического нагружения связаны с определением дислокационной структуры, реализующейся после нагружения, а не с непосредственными измерения ОН. По дислокационной структуре уже судят о релаксации внутренних напряжений и об их влиянии на произошедшие дислокации.

В большинстве экспериментальных работ увеличение скорости диффузии приводится как научное обоснование релаксации ОН. Диффузия снижает прочность граничных слоёв за счёт их разрыхления. Интенсифицируются рекристаллизационные процессы, так как подвижность атомов увеличивается за счёт повышенной температуры. Это чисто физическое объяснение релаксации ОН верно.

41

Однако его крайне затруднительно заложить в основу математических моделей, описывающих этот процесс, без которых невозможно решать задачи оценки прочности и прогнозирования остаточного ресурса для более сложных конструкций.

Ряд работ посвящён экспериментальному анализу влияния термоэкспозиции на физико-механическое состояние упрочнённого слоя. В частности, в работе [90] исследовано влияние температурных выдержек на характеристики микротвёрдости и шероховатости полых цилиндрических образцов из сплавов В95 и Д16Т. Установлено, что характеристики шероховатости в процессе термоэкспозиции не претерпели существенных изменений, в то время как значения микротвёрдости существенно снизились. Это связывается с «ослаблением» поверхностного слоя вследствие релаксации остаточных напряжений в условиях ползучести при температурных выдержках.

Ввиду вышеизложенного внимания заслуживает цикл работ Радченко В. П. и Саушкина М. Н. с соавторами [92–94, 103, 104, 106, 108, 115], в которых развивается наиболее общий, систематизированный и научно-обоснованный подход для решения краевых задач релаксации ОН в поверхностном слое элементов конструкции. Деформации деталей, развивающиеся во времени при силовых и температурных нагрузках, описываются деформациями ползучести. Свойство ползучести заключается в непрерывном росте деформации с течением времени при постоянных напряжениях, которое чаще всего наблюдается при высоких температурах [94]. В упомянутых работах релаксация ОН рассматривается как явление, вызванное ползучестью материала. Основная идея предлагаемого феноменологического подхода заключается в декомпозиции детали на «тело» и тонкий (порядка 200 мкм) упрочнённый слой. Таким образом, задача разбивается на две самостоятельные, склейка которых позволяет рассчитать релаксацию ОН с учётом температурно-силовых факторов. Тонкий поверхностный слой считается «наклеенным» на поверхность «тела» конструкции и не влияет на жёсткость конструкции. При этом он деформируется вместе с конструкцией в режиме «жёсткого» нагружения при заданных значениях компонент тензоров деформаций на поверхности (граничные условия). Иными словами, задача разбивается на две самостоятельные краевые подзадачи.

Первая краевая подзадача предполагает определение НДС всей конструкции в условиях ползучести вплоть до разрушения без учёта поверхностного упрочнённого слоя. Он решается на основании классических подходов с помощью численных методов дискретизации деталей (МКЭ, метод сеток) итерациями по времени. При этом используется любая теория ползучести, адекватно описывающая кривые ползучести рассматриваемого материала.

При решении второй краевой подзадачи слой рассматривается как единое целое с «телом» конструктивного элемента, деформирующееся в режиме «жёсткого» нагружения. Значения компонент тензоров деформаций на поверхности конструкции берутся из решения первой подзадачи. С этими граничными условиями исследуется релаксация ОН в поверхностном упрочнённом слое.

Анализ работ, посвящённых кинетике ОН в упрочнённых конструкциях, показывает, что экспериментальные исследования вызывают интерес многих авторов и проводятся в различных областях промышленности. Современные методы восстановления внутренних напряжений позволяют определить ОН в деталях, подвергающихся значительным силовым или температурным нагрузкам. Однако восстановление НДС в элементах конструкций, эксплуатируемых в условиях одновременно силового и температурного нагружений, крайне затруднено. В связи с этим, для решения задач механики упрочнённых конструкций становится необходимой разработка математических моделей процесса релаксации ОН. Кроме этого, анализа требует оценка изменения НДС в момент силового и температурного нагружения. Методик, позволяющих рассчитать перераспределение полей ОН при нагреве образца, обусловленное скачком упругих свойств материала, в литературе нет. Наиболее привлекательными для взятия за основу и совершенствования представляются подходы В. П. Радченко и М. Н. Саушкина.

#### 1.4. Основные проблемы и постановка задач исследования

Приведённый обзор обширного перечня литературных источников по проблеме диссертационного исследования свидетельствует о глубокой проработке вопросов наведения, измерения и оценки кинетики вследствие ползучести полей ОН в деталях с гладкой поверхностью и с концентраторами напряжений. Однако эти задачи не решены в полной мере ввиду затруднений практического и теоретического характера. Касательно оценки релаксации ОН в условиях ползучести, наблюдается нехватка математических моделей, которые позволили бы описать процессы, связанные с реализацией и перераспределением полей ОН, в достаточной мере для решения прикладных задач механики сплошных сред для более сложных конструкций.

Актуальна задача исследования внутренних напряжений в деталях с концентраторами напряжений, так как при их широком применении в современных конструкциях они нередко испытывают усталостные поломки в местах нарушения призматической или цилиндрической форм.

Прогнозирование предела выносливости элементов конструкций требует знания распределения полей ОН по толщине упрочнённого слоя.

Для расчёта трёхмерного НДС необходимо учитывать факторы, влияющие на эффективность упрочняющих процессов и условия эксплуатации изделий, такие, как силовые и температурные нагрузки. Феноменологические методики восстановления полей внутренних напряжений и пластических деформаций для сплошных цилиндрических изделий по частично известной экспериментальной информации (одна или две эпюры компонент тензора ОН) после анизотропного упрочнения требуют развития и расширения на геометрически новые типы образцов.

44

Требуется разработка новых математических моделей, которые позволят описать перераспределение ОН вследствие нагрева образца, обусловленное изменением упругих свойств материала при изменении температуры.

В связи с вышеизложенным, основными задачами настоящего диссертационного исследования применительно к сплошным и полым цилиндрическим образцам являются:

- совершенствование существующих и разработка новых феноменологических методик восстановления трёхмерных полей ОН в анизотропно упрочнённых деталях, их экспериментальная проверка;
- разработка математических моделей, описывающих перераспределение ОН вследствие нагрева образца, обусловленное изменением упругих свойств материала при изменении температуры;
- разработка прямого метода решения краевой задачи релаксации ОН в поверхностном слое на внешней стороне анизотропно упрочнённого полого цилиндра;
- исследование влияния силовых и температурных нагрузок на кинетику внутренних напряжений в условиях ползучести;
- 5) разработка нового математического и программного обеспечения для численной реализации разработанных методов решения краевых задач механики анизотропно упрочнённых конструкций в условиях ползучести.

45

## Глава 2. Восстановление напряжённо-деформированного состояния в поверхностном слое полого цилиндра

Как отмечалось в главе 1, сжимающие OH, наведённые в поверхностном слое детали, препятствуют выходу на поверхность различного рода дислокаций и вакансий, тем самым благоприятно влияя на прочностные характеристики изделия. Методы определения HДС после процедуры упрочнения были рассмотрены в п. 1.2. На практике, как правило, достоверно определить удаётся лишь одну или две компоненты тензора остаточных напряжений в приповерхностной области. В работах [5, 93, 94, 105, 110] был предложен феноменологический метод восстановления полной картины HДС по частично известной экспериментальной информации для сплошных цилиндрических образцов, который позволяет выразить все компоненты тензора остаточных напряжений и пластических деформаций через окружную компоненту внутренних напряжений. Ввиду дискретности экспериментальных данных, заданных, как правило, только в области сжатия, используется аналитическая аппроксимация для эпюры окружных напряжений, наведённых в поверхностном слое сплошного цилиндра.

Целью данной главы является разработка феноменологического метода восстановления полной картины НДС по одной (режим изотропного упрочнения) или двум (режим анизотропного упрочнения) экспериментально замеренным компонентам тензора ОН для полого цилиндрического образца, упрочнённого с внешней стороны одной из технологий ППД. Задачей также ставится выбор аналитической аппроксимации для окружной компоненты ОН, обеспечивающей выполнение условия самоуравновешенности эпюры и граничных условий на поверхностях полого цилиндра, а также разработка метода идентификации параметров аппроксимации и параметра анизотропии. Помимо этого, ставится задача проверки адекватности рассматриваемого феноменологического подхода экспериментальным данным и анализа влияния параметра анизотропии  $\alpha$  (см. (1.7)), связывающего окружную и осевую компоненты тензора пластических деформаций, на распределение полей ОН.

## 2.1. Методика расчёта полей остаточных напряжений для полых цилиндров

Рассматривается полый круговой цилиндр с внутренним радиусом  $R_1$  и внешним –  $R_2$ . Предполагается, что с внешней стороны деталь подверглась упрочнению и в поверхностном слое наведены поля ОН. Как и в предыдущей главе, вводится стандартная цилиндрическая система координат r,  $\theta$ , z. Через  $\sigma_{\theta}^{res}$ ,  $\sigma_r^{res}$  и  $\sigma_z^{res}$  обозначаются окружное, радиальное и осевое ОН, а через  $q_{\theta}$ ,  $q_r$  и  $q_z$  – соответствующие компоненты тензора остаточных пластических деформаций. При этом предполагается, что касательные напряжения отсутствуют, либо малы по сравнению с нормальными, и ими можно пренебречь. Помимо этого, вводится гипотеза о том, что вторичные пластические деформации в области сжатия не возникают.

На практике, как правило, экспериментально удаётся определить компоненту  $\sigma_{\theta}^{res}$  [21, 30], а в методе колец и полос Иванова С. И. [30] – ещё и компоненту  $\sigma_{z}^{res}$ . Поэтому выразим все оставшиеся компоненты тензора ОН и пластические деформации через окружные напряжения.

Необходимые в дальнейшем свойства функций  $\sigma_{\theta}^{res}$  и  $\sigma_{r}^{res}$  можно установить на основании уравнения равновесия:

$$r\frac{d\sigma_r^{res}}{dr} + \sigma_r^{res} = \sigma_{\theta}^{res} .$$
 (2.1)

Для этого умножим обе части уравнения (2.1) на dr и проинтегрируем их по r в пределах от  $R_1$  до  $R_2$ :

$$\int_{R_1}^{R_2} \sigma_{\theta}^{res}(r) dr = \int_{R_1}^{R_2} d\left[r\sigma_r^{res}(r)\right] = r\sigma_r^{res}(r)\Big|_{R_1}^{R_2}.$$
(2.2)

Теперь воспользуемся краевыми условиями

$$\sigma_r^{res}(R_1) = 0, \ \sigma_r^{res}(R_2) = 0, \tag{2.3}$$

которые означают, что полый цилиндр находится в естественном ненагруженном состоянии. Из этих условий из соотношения (2.2) получаем, что эпюра напряжений  $\sigma_{\theta}^{res}(r)$  должна быть самоуравновешенной:

$$\int_{R_1}^{R_2} \sigma_{\theta}^{res}(r) dr = 0.$$
(2.4)

С помощью уравнения равновесия (2.1) нетрудно выразить  $\sigma_r^{res}(r)$  через  $\sigma_{\theta}^{res}(r)$ :

$$\sigma_r^{res}(r) = -\frac{1}{r} \int_{R_1}^r \sigma_{\theta}^{res}(z) dz$$
(2.5)

при *r* изменяющимся от  $R_1$  до  $R_2$ . Формула (2.5) даёт зависимость величины  $\sigma_r^{res}(r)$  от окружной компоненты  $\sigma_{\theta}^{res}(r)$ .

Будем предполагать, что перед упрочнением в цилиндре отсутствовали остаточные пластические деформации и соответствующие им остаточные напряжения, а значит выполняется следующее условие:

$$\sigma_{\theta}^{res}\left(R_{1}\right) = 0, \qquad (2.6)$$

так как упрочнению подвергается только внешний слой.

Для вычисления величины  $\sigma_z^{res}(r)$  необходимо знать остаточные пластические деформации.

Запишем полную деформацию цилиндрического образца  $\varepsilon_i^0$ , приобретённую в результате поверхностного упрочнения, в виде

$$\varepsilon_i^0 = e_i^0 + q_i \quad (i = r, \theta, z), \tag{2.7}$$

где  $e_i^0$  – тензор упругих деформаций, а  $q_i$  – тензор остаточных пластических деформаций.

Аналогично работам [93, 94, 105, 110], в которых принималось допущение о наведении деформаций как на плоскости, ограничивающей полупространство, для связи окружных и осевых пластических деформаций используется следующее соотношение:

$$q_z = \alpha q_{\theta}, \tag{2.8}$$

где  $\alpha$  – параметр анизотропии, который отражает в общем случае анизотропию деформационного упрочнения по координатам *z* и  $\theta$ .

На основании условия несжимаемости при пластическом деформировании

$$q_{\theta} + q_z + q_r = 0$$

и гипотезы (2.8) легко установить, что

$$q_z = \alpha q_\theta = -\frac{\alpha}{1+\alpha} q_r \,. \tag{2.9}$$

Подставляя соотношение (2.7) в уравнение совместности деформаций

$$r\frac{d\varepsilon_{\theta}^{0}}{dr} + \varepsilon_{\theta}^{0} = \varepsilon_{r}^{0} , \qquad (2.10)$$

можно получить

$$r\left(\frac{de_{\theta}^{0}}{dr} + \frac{dq_{\theta}^{0}}{dr}\right) + e_{\theta}^{0} + q_{\theta} = e_{r}^{0} + q_{r},$$

откуда, исключая q<sub>r</sub> с помощью (2.9), следует дифференциальное уравнение для окружной компоненты:

$$r\frac{dq_{\theta}^{0}}{dr} + q_{\theta}\left(2 + \alpha\right) = e_{r}^{0} - e_{\theta}^{0} - r\frac{de_{\theta}^{0}}{dr}.$$
(2.11)

Входящие в (2.11) упругие деформации нетрудно выразить через остаточные напряжения из закона Гука:

$$Ee_r^0 = \sigma_r^{res} - \mu \left( \sigma_{\theta}^{res} + \sigma_z^{res} \right),$$
  

$$Ee_{\theta}^0 = \sigma_{\theta}^{res} - \mu \left( \sigma_r^{res} + \sigma_z^{res} \right),$$
(2.12)

где  $\mu$  – коэффициент Пуассона, E – модуль Юнга для рассматриваемого материала. В соотношениях (2.12) помимо уже известных величин  $\sigma_{\theta}^{res}$  и  $\sigma_r^{res}$  фигурирует неизвестная компонента  $\sigma_z^{res}$ . Для её определения воспользуемся гипотезой плоских сечений для полого цилиндра. Она заключается в том, что считается, что плоские поперечные сечения цилиндрического образца до упрочнения остаются плоскими и после него. Эта гипотеза справедлива для не слишком коротких цилиндров. При этом очевидно, что

$$\varepsilon_z^0 = e_z^0 + q_z, \ \left(\varepsilon_z^0 = \text{const}, R_1 \le r \le R_2\right).$$
(2.13)

Условие (2.13) может нарушаться лишь вблизи свободных торцов полого цилиндра.

Выражая  $e_z^0$  через напряжения аналогично (2.12), из (2.13) имеем:

$$\frac{\sigma_z^{res} - \mu \left(\sigma_r^{res} + \sigma_{\theta}^{res}\right)}{E} + q_z = \varepsilon_z^0,$$

откуда

$$\sigma_z^{res}(r) = E\left(\varepsilon_z^0 - q(r)\right) + \mu\left(\sigma_r^{res}(r) + \sigma_\theta^{res}(r)\right).$$
(2.14)

Соотношение (2.14) позволяет исключить из (2.12) компоненту  $\sigma_z^{res}(r)$ :

$$Ee_r^0 = (1+\mu) \Big[ (1-\mu)\sigma_r^{res} - \mu\sigma_{\theta}^{res} \Big] - E\mu \Big(\epsilon_z^0 - q_z\Big),$$
  

$$Ee_{\theta}^0 = (1+\mu) \Big[ (1-\mu)\sigma_{\theta}^{res} - \mu\sigma_r^{res} \Big] - E\mu \Big(\epsilon_z^0 - q_z\Big).$$
(2.15)

Обозначим правую часть дифференциального уравнения (2.11) через *f* и преобразуем эту величину с учётом (2.9) и (2.15):

$$f = e_r^0 - e_{\theta}^0 - r \frac{de_{\theta}^0}{dr} = \frac{1 + \mu}{E} \left[ \sigma_r^{res} - \mu \sigma_{\theta}^{res} \right] - rram_{\theta}^{res} - r \frac{1 + \mu}{E} \left[ (1 - \mu) \frac{d\sigma_{\theta}^{res}}{dr} - \mu \frac{d\sigma_r^{res}}{dr} \right] - r\alpha \mu \frac{dq_{\theta}}{dr}.$$
(2.16)

С учётом (2.8) и (2.16) уравнение (2.11) принимает вид:

$$\frac{1+\alpha\mu}{1+\mu}r\frac{dq_{\theta}^{0}(r)}{dr} + \frac{2+a}{1+\mu}q_{\theta}(r) = g(r), \qquad (2.17)$$

где

$$g(r) = \frac{\left[\sigma_r^{res}(r) - \mu\sigma_{\theta}^{res}(r)\right]}{E} - \frac{r}{E} \left[(1 - \mu)\frac{d\sigma_{\theta}^{res}(r)}{dr} - \mu\frac{d\sigma_r^{res}(r)}{dr}\right].$$
(2.18)

Дифференциальное уравнение (2.17) имеет общее решение следующего вида:

$$q_{\theta} = \frac{1+\mu}{1+\alpha\mu} r^{-\frac{2+\alpha}{1+\alpha\mu}} \left[ \int_{R_{1}}^{r} z^{\frac{1+\alpha-\alpha\mu}{1+\alpha\mu}} g(z) dz + C \right], \qquad (2.19)$$

где С – произвольная постоянная.

Поскольку упрочняется внешняя поверхность полого цилиндра  $(r = R_2)$  и при поверхностном упрочнении пластические деформации наводятся лишь на небольшой глубине, то при  $r = R_1$  должно выполняться условие:

$$q_{\theta}\left(R_{1}\right) = 0, \qquad (2.20)$$

откуда C = 0, и вместо (2.19) следует записать

$$q_{\theta}(r) = \frac{1+\mu}{1+\alpha\mu} r^{-\frac{2+\alpha}{1+\alpha\mu}} \int_{0}^{r} z^{\frac{1+\alpha-\alpha\mu}{1+\alpha\mu}} g(z) dz. \qquad (2.21)$$

Подставляя (2.18) в (2.21), получаем

$$\begin{aligned} q_{\theta}(r) &= \frac{(1+\mu)}{E(1+\alpha\mu)} r^{-\frac{2+\alpha}{1+\alpha\mu}} \int_{R_{1}}^{r} z^{\frac{1+\alpha-\alpha\mu}{1+\alpha\mu}} \left[ \sigma_{r}^{res}(z) - \sigma_{\theta}^{res}(z) \right] dz - \\ &- \frac{1+\mu}{E(1+\alpha\mu)} r^{-\frac{2+\alpha}{1+\alpha\mu}} \int_{R_{1}}^{r} z^{\frac{2+\alpha}{1+\alpha\mu}} \left[ (1-\mu)d \left( \sigma_{\theta}^{res}(z) \right) - \mu d \left( \sigma_{r}^{res}(z) \right) \right] = \\ &= \frac{(1+\mu)(1-2\mu)}{E(1+\alpha\mu)^{2}} r^{-\frac{2+\alpha}{1+\alpha\mu}} \int_{R_{1}}^{r} z^{\frac{1+\alpha-\alpha\mu}{1+\alpha\mu}} \left[ \sigma_{r}^{res}(z) + (1+\alpha)\sigma_{\theta}^{res}(z) \right] dz + \\ &+ \frac{1+\mu}{E(1+\alpha\mu)} r^{-\frac{2+\alpha}{1+\alpha\mu}} \left[ \mu z^{\frac{2+\alpha}{1+\alpha\mu}} \sigma_{r}^{res}(z) \right]_{R_{1}}^{r} - (1-\mu) z^{\frac{2+\alpha}{1+\alpha\mu}} \sigma_{\theta}^{res}(z) \Big|_{R_{1}}^{r} \right], \end{aligned}$$

откуда с учётом первого условия из (2.3) и условия (2.6) можно записать

$$q_{\theta}(r) = \frac{(1+\mu)(1-2\mu)}{E(1+\alpha\mu)^{2}} r^{-\frac{2+\alpha}{1+\alpha\mu}} \int_{0}^{r} z^{\frac{1+\alpha-\alpha\mu}{1+\alpha\mu}} \left[ \sigma_{r}^{res}(z) + (1+\alpha)\sigma_{\theta}^{res}(z) \right] dz + \frac{1+\mu}{E(1+\alpha\mu)} \left[ \mu \sigma_{r}^{res}(z) - (1-\mu)\sigma_{\theta}^{res}(z) \right].$$
(2.22)

Теперь поля остаточных пластических деформаций могут быть полностью определены:  $q_{\theta}(r)$  вычисляется согласно (2.22), а  $q_z(r)$  и  $q_r(r)$  затем определяются в соответствии с (2.9).

Для определения последней неизвестной величины  $\sigma_z^{res}(r)$  согласно (2.14) остаётся определить  $\varepsilon_z^0$ . Это можно сделать на основании условия нулевого суммарного осевого усилия, действующего на образец:

$$\int_{R_1}^{R_2} r \sigma_z^{res}(r) dr = 0.$$
 (2.23)

Умножив равенство (2.14) на rdr и проинтегрировав обе его части по r в пределах от  $R_1$  до  $R_2$ , с учётом (2.23) получаем

$$E\left[\varepsilon_{z}^{0}\frac{R_{2}^{2}-R_{1}^{2}}{2}-\int_{R_{1}}^{R_{2}}rq_{z}(r)dr\right]+\mu\int_{R_{1}}^{R_{2}}r\left[\sigma_{r}^{res}(r)+\sigma_{\theta}^{res}(r)\right]dr=0$$

откуда

$$\varepsilon_z^0 = \frac{2}{R_2^2 - R_1^2} \int_{R_1}^{R_2} r \left\{ q_z(r) - \frac{\mu}{E} \left[ \sigma_r^{res}(r) + \sigma_{\theta}^{res}(r) \right] \right\} dr.$$
(2.24)

После расчёта по формуле (2.24) величины  $\varepsilon_z^0$ , можно в соответствии с (2.14) однозначно определить функцию  $\sigma_z^{res}(r)$ .

Таким образом, схема расчёта полей остаточных напряжений и пластических деформаций в полом цилиндре после упрочнения внешней поверхности для случая, когда известны окружная компонента остаточных напряжений и параметр анизотропии упрочнения α, имеет следующий вид:

$$\sigma_{\theta}^{res}(r) \xrightarrow{2.5} \sigma_r^{res}(r) \xrightarrow{2.21} q_{\theta}(r) \xrightarrow{2.8, 2.9} \qquad (2.25)$$

$$\xrightarrow{2.8, 2.9} q_z(r), q_r(r) \xrightarrow{2.24} \varepsilon_z^0 \xrightarrow{2.14} \sigma_z^{res}(r)$$

Здесь стрелками показана последовательность определения величин; цифрами над стрелками – номера формул, по которым определяются эти величины.

#### 2.2. Идентификация параметров математической модели

Схема (2.25) позволяет по окружной компоненте  $\sigma_{\theta}^{res}(r)$  и заданной величине параметра анизотропии  $\alpha$  рассчитать поля напряжений и пластических деформаций в полом цилиндрическом образце после упрочнения его внешней поверхности. Но экспериментально зависимость  $\sigma_{\theta}^{res} = \sigma_{\theta}^{res}(r)$  можно определить только в тонком упрочнённом слое (области сжатия), поэтому данные для  $\sigma_{\theta}^{res}(r)$  необходимо экстраполировать в область растяжения. В таком случае дискретные значения опытных данных для  $\sigma_{\theta}^{res}(r)$  целесообразно аппроксимировать аналитической функцией, но так, чтобы не нарушались основные свойства для напря-

жений, в частности соотношение самоуравновешенности (2.4). В результате такой аппроксимации все остальные параметры напряжённо-деформированного состояния будут выражаться через интегралы от аппроксимирующей функции, которые зачастую вычисляются либо аналитически, либо сводятся к специальным хорошо известным функциям.

На рисунке 2.1 схематически изображена эпюра окружной компоненты тензора ОН, наведённых во внешнем поверхностном слое полого цилиндра, в зависимости от глубины упрочнённого слоя  $h = R_2 - r$ . Здесь  $h^*$  – расстояние от внешней поверхности полого цилиндра, на котором располагается экстремум (локальный минимум) эпюры,  $\sigma^*$  – экспериментальное значение  $\sigma_{\theta}^{res}$  при  $h = h^*$ ,  $h_0$  – глубина слоя, при которой значение  $\sigma_{\theta}^{res}(h_0) = 0$ . Анализ экспериментальных данных показывает, что для аппроксимации можно использовать соотношение

$$\sigma_{\theta}^{res}(r) = \left(\sigma_0 - \sigma_1 \exp\left(-\frac{\left(R_2 - h^* - r\right)^2}{b^2}\right)\right) \cdot (r+c), \qquad (2.26)$$

где  $\sigma_0$ ,  $\sigma_1$ , *b* и *c* – параметры, подлежащие определению.



Рис. 2.1. Схематический график экспериментальной зависимости  $\sigma_{\theta}^{res} = \sigma_{\theta}^{res}(h)$  в полом цилиндре для общего случая ( $h^* \neq 0$ )

Отметим, что минимум эпюры  $\sigma_{\theta}^{res}(r)$  может находиться как на поверхности образца, так и на некоторой глубине от поверхности [5]. Учёт этого осуществля-

ется при помощи параметра  $h^* = R_2 - r^*$  – расстояния от поверхности, при котором компонента  $\sigma_{\theta}^{res}(r)$  принимает свой минимум. Если экспериментальная эпюра  $\sigma_{\theta}^{res}$  такая, что её минимум находится на поверхности, но не является локальным минимумом (см. рис. 2.2), то значение  $h^*$  необходимо задать отрицательным. В этом случае следует проэкстраполировать экспериментальные данные в область  $h^* < 0$  до определения локального минимума.



Рис. 2.2. Схематический график экспериментальной зависимости  $\sigma_{\theta}^{res} = \sigma_{\theta}^{res}(h)$  в полом цилиндре для случая  $h^* < 0$ 

Рассмотрим методику определения параметров  $\sigma_0$ ,  $\sigma_1$ , *b* и *c* в (2.26) для окружной компоненты.

Обозначим через  $\sigma^*$  экспериментальное значение локального минимума  $\sigma_{\theta}^{res}(r)$ , где  $r^* = R_2 - h^*$ , а через  $h_0 = R_2 - r_0$  – значение глубины слоя, при котором выполняется  $\sigma_{\theta}^{res}(r) = 0$ . Другими словами, экспериментальная зависимость для окружной компоненты удовлетворяет условиям

$$\sigma_{\theta}^{res}\left(r^{*}\right) = \sigma_{\theta}^{res}\left(R_{2}-h^{*}\right) = \sigma^{*}, \qquad (2.27)$$

$$\sigma_{\theta}^{res}\left(r_{0}\right) = \sigma_{\theta}^{res}\left(R_{2} - h_{0}\right) = 0.$$
(2.28)

Используя (2.26) и (2.27), получаем

$$(\sigma_0 - \sigma_1)(R_2 - h^* + c) = \sigma^*, \qquad (2.29)$$

а из (2.26) и (2.28) имеем

$$\left(\sigma_{0} - \sigma_{1} \exp\left(-\left(h_{0}^{*}/b\right)^{2}\right)\right)\left(R_{2} - h_{0} + c\right) = 0,$$
 (2.30)

где  $h_0^* = h_0 - h^*$ .

Очевидно, что  $\sigma_{\theta}^{res}(R_1) = 0$ , откуда  $c = -R_1$ , и для отношения  $\sigma_0/\sigma_1$  из (2.30) имеем

$$\frac{\sigma_0}{\sigma_1} = \exp\left(-\left(h_0^*/b\right)^2\right). \tag{2.31}$$

Учитывая, что соотношение (2.26) должно удовлетворять (2.4), то подставляя (2.26) в (2.4) и выполняя необходимые операции интегрирования, находим для  $\sigma_0/\sigma_1$  другое выражение вида

$$\frac{\sigma_0}{\sigma_1} = \frac{b \cdot \left(H - h^*\right)}{H^2} \sqrt{\pi} \left( \operatorname{erf}\left(\frac{H - h^*}{b}\right) + \operatorname{erf}\left(\frac{h^*}{b}\right) \right) + \frac{b^2}{H^2} \left( \exp\left(-\frac{\left(H - h^*\right)^2}{b^2}\right) - \exp\left(-\frac{h^{*2}}{b^2}\right) \right), \quad (2.32)$$

где  $\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{0}^{x} \exp(-t^{2}) dt$ . Теперь из (2.31), (2.32) получаем уравнение для

определения b:

$$\exp\left(-\left(h_{0}^{*}/b\right)^{2}\right) = \frac{b\cdot\left(H-h^{*}\right)}{H^{2}}\sqrt{\pi}\left(\operatorname{erf}\left(\frac{H-h^{*}}{b}\right) + \operatorname{erf}\left(\frac{h^{*}}{b}\right)\right) + \frac{b^{2}}{H^{2}}\left(\exp\left(-\frac{\left(H-h^{*}\right)^{2}}{b^{2}}\right) - \exp\left(-\frac{h^{*2}}{b^{2}}\right)\right), \quad (2.33)$$

которое решается численно. Зная величину b и подставляя (2.29) в (2.31), находим величину  $\sigma_1$ :

$$\sigma_{1} = \frac{\sigma^{*}}{\left(H - h^{*}\right) \left(\exp\left(-\left(h_{0}^{*}/b\right)^{2}\right) - 1\right)}.$$
(2.34)

И, наконец, из (2.29) определяем

$$\sigma_0 = \frac{\sigma^*}{H - h^*} + \sigma_1. \tag{2.35}$$

Таким образом, все параметры  $\sigma_0$ ,  $\sigma_1$ , *b* и *c* в аппроксимации (2.26) определены.

Имея представление  $\sigma_{\theta}^{res}(r)$  в виде (2.26), для  $\sigma_{r}^{res}(r)$  из (2.5) получаем

$$\sigma_{r}^{res}(r) = \frac{1}{2r} \sigma_{0} (r - R_{1})^{2} + \frac{1}{2r} \sigma_{1} b (h^{*} - H) \sqrt{\pi} \left[ \operatorname{erf} \left( \frac{h^{*} - (R_{2} - r)}{b} \right) - \operatorname{erf} \left( \frac{h^{*} - H}{b} \right) \right] + (2.36) + \frac{1}{2r} \sigma_{1} b^{2} \left[ \exp \left( -\frac{\left(h^{*} - (R_{2} - r)\right)^{2}}{b^{2}} \right) - \exp \left( \frac{\left(h^{*} - H\right)^{2}}{b^{2}} \right) \right].$$

Таким образом, задача определения всех остаточных напряжений и пластических деформаций в поверхностно упрочненном слое полого цилиндрического образца при известной окружной компоненте остаточных напряжений и параметра анизотропности упрочнения α решена полностью. Схема их определения имеет вид

$$\begin{array}{c}
R_1, R_2, h_0, h^*, \sigma^* \xrightarrow{2.33} b \xrightarrow{2.34} \sigma_1 \xrightarrow{2.35} \sigma_0 \xrightarrow{2.26} \sigma_{\theta}^{res}(r) \xrightarrow{2.36} \\
\xrightarrow{2.36} \sigma_r^{res}(r) \xrightarrow{2.22} q_{\theta}(r) \xrightarrow{2.9} q_z(r), q_r(r) \xrightarrow{2.24} \varepsilon_z^0 \xrightarrow{2.14} \sigma_z^{res}(r).
\end{array} \tag{2.37}$$

Формулы (2.33)–(2.35) позволяют определить параметры аппроксимации так, что результирующая кривая проходит через две определяющие экспериментальные точки. Во-первых, это локальный максимум (по модулю) эпюры окружной компоненты тензора ОН, располагающийся на глубине  $h^*$  и принимающий значение  $\sigma^*$ , а во-вторых, это точка пересечения эпюрой оси абсцисс, находящаяся на глубине  $h_0$ , на которой окружные внутренние напряжения равны нулю. При этом в целом по всем экспериментальным точкам не гарантируется близость других расчётных значений к экспериментальным значениям. В связи с этим, предлагается использовать алгоритм уточнения аппроксимации (2.26): целенаправленно варьировать значения  $h^*$ ,  $\sigma^*$  и  $h_0$ , минимизируя отклонение  $\Delta_{\theta}$  расчётных значений окружных напряжений от экспериментальных данных, но таким образом, чтобы не нарушать условие самоуравновешенности (2.4). Для оценки величины отклонения предлагается применить функционал нормированного среднеквадратического отклонения

$$\Delta_{\theta} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N} \left[\sigma_{\theta}^{res}(h_{i}) - \sigma_{\theta}^{res*}(h_{i})\right]^{2}}{\sum_{i=1}^{N} \left[\sigma_{\theta}^{res*}(h_{i})\right]^{2}}},$$
(2.38)

где  $\sigma_{\theta}^{res^*}(h_i)$ ,  $\sigma_{\theta}^{res}(h_i)$  – соответственно экспериментальные и расчётные значения напряжений в точках дискретизации  $h_i$  по координате h, в которых произведены экспериментальные замеры.

На практике для режимов анизотропного упрочнения величина параметра  $\alpha$ , связывающего окружные и осевые деформации в соотношении (2.8), á priori неизвестна и подлежит определению. При этом схема восстановления полной картины НДС существенно изменяется, и в качестве исходной информации выступает не одна, а две компоненты тензора ОН  $\sigma_{\theta}^{res}$  и  $\sigma_z^{res}$ . Тогда рекомендуется использовать следующий алгоритм оптимизации: помимо величин  $h^*$ ,  $\sigma^*$  и  $h_0$ , варьируются и значения параметра  $\alpha$ , а целевой функцией для оптимизации является сумма функционалов среднеквадратического отклонения:

$$\Delta_{\theta} + \Delta_z \to \min, \qquad (2.39)$$

где  $\Delta_z$  рассчитывается аналогично (2.38) по формуле:

$$\Delta_{z} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N} \left[\sigma_{z}^{res}(h_{i}) - \sigma_{z}^{res^{*}}(h_{i})\right]^{2}}{\sum_{i=1}^{N} \left[\sigma_{z}^{res^{*}}(h_{i})\right]^{2}}} .$$
 (2.40)

Для решения задачи оптимизации применялся релаксационный метод. В качестве начального приближения использовались параметры  $h^*$ ,  $\sigma^*$  и  $h_0$ , определённые по схеме (2.33)–(2.35), а параметр  $\alpha$  принимался равным единице.

Таким образом, можно дать следующие рекомендации по использованию предложенных методик идентификации параметров аппроксимации (2.26) и в целом алгоритмов восстановления НДС по схемам (2.25) или её более подробной модификации (2.37).

1°. Если технологией упрочнения является пневмо- или гидродробеструйная обработка микрошариками (без предпочтительного направления бомбардировки), термопластическое упрочнение, ультразвуковая обработка), то здесь реализуется процедура изотропного упрочнения поверхности, и коэффициент анизотропии упрочнения нужно положить равным единице ( $\alpha = 1$ ). Поэтому здесь достаточно знать экспериментальную зависимость лишь для одной компоненты  $\sigma_{\theta}^{res}$  (или  $\sigma_{z}^{res}$ ), при этом зависимости  $\sigma_{\theta}^{res} = \sigma_{\theta}^{res}(r)$  и  $\sigma_{z}^{res} = \sigma_{z}^{res}(r)$  практически совпадают (для сплошных цилиндрических образцов это показано в [91, 93, 94], а для полых цилиндрических образцов будет показано далее).

2°. Если же технологии поверхностного упрочнения базируются на силовых режимах типа качения, скольжения или других квазистатических контактных схемах, то здесь  $\alpha \neq 1$  (причём согласно [91] эта величина может достигать значения от 4 до 20). Поэтому здесь необходимо иметь две экспериментальные диа-

граммы  $\sigma_{\theta}^{res}$  и  $\sigma_{z}^{res}$ , а величина  $\alpha$  вместе с остальными компонентами НДС определяется из многократного повторяющегося итерационного процесса (2.37) до минимизации величины (2.39). Следует отметить, что одновременно величины  $\sigma_{\theta}^{res}$  и  $\sigma_{z}^{res}$  для цилиндрического изделия позволяет определить метод колец и полосок С. И. Иванова [32].

# 2.3. Экспериментальная проверка математической модели расчёта полей остаточных напряжений и пластических деформаций в поверхностно упрочнённых цилиндрических образцах. Анализ результатов расчёта

Целью настоящего пункта является проверка адекватности математической модели, изложенной автором настоящей работы в пунктах 2.1 и 2.2 для решения задачи восстановления полной картины НДС в упрочнённом различными технологическими способами полом цилиндрическом образце, экспериментальным данным. Кроме этого выполнена аналогичная задача для сплошных цилиндрических образцов на основании методики, представленной в пункте 1.2 и предложенной в работах [5, 91, 93, 94], поскольку детального исследования характера полей остаточных напряжений и пластических деформаций в сплошных образцах от свойств материала, типа и параметров технологического процесса в этих работах не проводилось.

Апробация предложенной в пунктах 2.1 и 2.2 методики выполнена на основании экспериментальной информации для полых упрочнённых образцов из стали 40Х и стали 45, представленной в работе [80]. Внутренний ( $R_1$ ) и внешний ( $R_2$ ) радиусы для стали 40Х имеют значения  $R_1 = 5$  мм,  $R_2 = 12,5$  мм, а для стали 45 –  $R_1 = 5$  мм,  $R_2 = 7,5$  мм.

На рисунках 2.3, 2.4, 2.5 и 2.6 значками представлены экспериментальные данные, а линиями – расчётные значения, полученные по схеме (2.37). В таблице 2.1 для каждого эксперимента приведены режимы упрочнения, параметры ап-

проксимации (2.26), значения параметра анизотропии  $\alpha$  и среднеквадратичные отклонения расчётных значений от экспериментальных  $\Delta_{\theta}$  и  $\Delta_{z}$  для окружной и осевой компонент тензора ОН соответственно, рассчитанные по формулам (2.38), (2.40).



Рис. 2.3. Экспериментальные (значки) и расчётные (линии) эпюры компонент тензора ОН по глубине  $h = R_2 - r$  упрочнённого слоя полого цилиндра из стали 40Х после ГДО: 1 – окружные напряжения  $\sigma_{\theta}^{res}$ , 2 – осевые напряжения  $\sigma_{z}^{res}$ , 3 – радиальные напряжения  $\sigma_{r}^{res}$ 



Рис. 2.4. Экспериментальные (значки) и расчётные (линии) эпюры компонент тензора ОН по глубине  $h = R_2 - r$  упрочнённого слоя полого цилиндра из стали 45 после ГДО: 1 – окружные напряжения  $\sigma_{\theta}^{res}$ , 2 – осевые напряжения  $\sigma_z^{res}$ , 3 – радиальные напряжения  $\sigma_r^{res}$ 



Рис. 2.5. Экспериментальные (значки) и расчётные (линии) эпюры компонент тензора ОН по глубине  $h = R_2 - r$  упрочнённого слоя полого цилиндра из стали 40Х после обкатки роликом: 1 – окружные напряжения  $\sigma_{\theta}^{res}$ , 2 – осевые напряжения  $\sigma_{z}^{res}$ , 3 – радиальные напряжения  $\sigma_{r}^{res}$ 



Рис. 2.6. Экспериментальные (значки) и расчётные (линии) эпюры компонент тензора ОН по глубине  $h = R_2 - r$  упрочнённого слоя полого цилиндра из стали 45 после обкатки роликом: 1 – окружные напряжения  $\sigma_{\theta}^{res}$ , 2 – осевые напряжения  $\sigma_z^{res}$ , 3 – радиальные напряжения  $\sigma_r^{res}$ 

На рисунке 2.3 представлена информация для расчётных значений осевых, радиальных и окружных остаточных напряжений для образцов из стали 40Х, а на рисунке 2.4 – из стали 45 после гидродробеструйной обработки (ГДО). В рассматриваемых случаях осуществляется процедура изотропного упрочнения, поэтому коэффициент анизотропии  $\alpha = 1$ . В [80] приведена только экспериментальная компонента для  $\sigma_z^{res} = \sigma_z^{res}(r)$ . Поэтому схема расчёта (2.37) использовалась следующим образом. Учитывая близость эпюр  $\sigma_z^{res}(r)$  и  $\sigma_{\theta}^{res}(r)$ , параметры (в нулевом приближении) аппроксимации (2.26) для  $\sigma_{\theta}^{res}$  определялись через экспериментальные данные для  $\sigma_z^{res}$ , а затем параметры аппроксимации (2.26)  $\sigma_0$ ,  $\sigma_1$ , *b* ( $c = -R_1$ ) уточнялись за счёт варьирования величин  $h^*$ ,  $\sigma^*$  и  $h_0$ , реализации всей схемы (2.37) для получения уже расчётного значения величины  $\sigma_z^{res} = \sigma_z^{res}(r)$ . Итерационное уточнение по схеме (2.37) в пространстве переменных  $\{h^* \times \sigma^* \times h_0\}$  продолжается до выполнения критерия  $\Delta z \rightarrow \min$ , причём «траектория» движения по параметрам  $h^*$ ,  $\sigma^*$ ,  $h_0$  определялась релаксационным методом минимизации.

На рисунках 2.5 и 2.6 представлена аналогичная информация для полей остаточных напряжений в полом цилиндрическом образце после его обкатки роликом. Здесь уже известны экспериментальные данные для двух компонент:  $\sigma_{\theta}^{res} = \sigma_{\theta}^{res}(r)$  и  $\sigma_{z}^{res} = \sigma_{z}^{res}(r)$ , причём а́ priori известно, что параметр  $\alpha \neq 1$  и он подлежит определению. Для реализации метода расчёта в нулевом приближении параметры аппроксимации (2.26) определяются по экспериментальным данным для  $\sigma_{\theta}^{res} = \sigma_{\theta}^{res}(r)$ , а величина  $\alpha$  задаётся любым значением, не равным единице, причём  $\alpha > 1$ , если в малой области сжатия, прилегающей к упрочнённой поверхности,  $|\sigma_{z}^{res}(r)| > |\sigma_{\theta}^{res}(r)|$ . Далее варьируются параметры  $h^{*}$ ,  $\sigma^{*}$ ,  $h_{0}$  и  $\alpha$ , и каждый раз осуществляется расчёт по схеме (2.37) до тех пора, пока не выполнится критерий (2.39).

Все эксперименты, представленные на рис. 2.3, 2.4, 2.5 и 2.6, соответствуют случаю, когда локальный максимум (по модулю) экспериментальных и расчётных эпюр окружной и осевой компонент тензора ОН находится не на поверхности образца, а на некоторой глубине, т.е.  $h^* > 0$  (см. формулу (2.26)). Гидродробеструйная обработка соответствует режиму изотропного нагружения. Обкатка роликом относится к анизотропным способам упрочнения, когда окружная и осевая компоненты тензора пластических деформаций связаны через параметр анизотропии  $\alpha$ . Графики распределения пластических деформаций в упрочнённом слое для рассматриваемых цилиндров представлены на рисунках 2.7–2.10.



Рис. 2.7. Расчётные эпюры компонент тензора пластических деформаций по глубине  $h = R_2 - r$ упрочнённого слоя полого цилиндра из стали 40Х после ГДО: 1 – окружная компонента  $q_{\theta}$ , 2 – осевая компонента  $q_z$ , 3 – радиальная компонента  $q_r$ 



Рис. 2.8. Расчётные эпюры компонент тензора пластических деформаций по глубине  $h = R_2 - r$ упрочнённого слоя полого цилиндра из стали 45 после ГДО: 1 – окружная компонента  $q_{\theta}$ , 2 – осевая компонента  $q_z$ , 3 – радиальная компонента  $q_r$ 



Рис. 2.9. Расчётные эпюры компонент тензора пластических деформаций по глубине  $h = R_2 - r$  упрочнённого слоя полого цилиндра из стали 40Х после обкатки роликом: 1 – окружная компонента  $q_{\theta}$ , 2 – осевая компонента  $q_z$ , 3 – радиальная компонента  $q_r$ 



Рис. 2.10. Расчётные эпюры компонент тензора пластических деформаций по глубине  $h = R_2 - r$  упрочнённого слоя полого цилиндра из стали 45 после обкатки роликом: 1 – окружная компонента  $q_{\theta}$ , 2 – осевая компонента  $q_z$ , 3 – радиальная компонента  $q_r$ 

Анализ данных таблицы 2.1 свидетельствует о том, что при обкатке роликом параметр  $\alpha$  достигает больших значений. Так, для образца из стали 45 он принимает значение 6,6, а для стали 40Х – 16,2. При этом в области интенсивных сжимающих ОН (0 < *h* < 400 мкм) модуль осевой компоненты тензора напряжений  $\sigma_{7}^{res}$  более чем в 2 раза превышает значение модуля окружной компоненты  $\sigma_{\theta}^{res}$ .

Метод	Марка	Рис.	σ <sub>0</sub> ,	σ <sub>1</sub> ,	<i>b</i> ,	$h_0$ ,	$h^*$ ,	α	$\Delta_{\theta}$	$\Delta_z$
упрочнения	стали		МΠа	МΠа	МКМ	МКМ	МКМ			
ГДО	40X	2.3	3,84	57,44	196	410	87	1	-	0,033
	45	2.4	28,33	132,66	224	371	93	1	-	0,043
Обкатка	40X	2.5	98,15	204,54	797	848	165	16,2	0,139	0,280
роликом	45	2.6	91,90	210,05	496	530	79	6,6	0,025	0,124

Таблица 2.1. Параметры аппроксимации (2.26), значения параметра анизотропии  $\alpha$  и значения среднеквадратических отклонений  $\Delta_{\theta}$ ,  $\Delta_z$  для полых цилиндров из сталей 40Х и 45

Рассмотрим теперь сплошные цилиндрические образцы и проанализируем результаты применения феноменологического подхода, основные формулы которого (1.5)–(1.11) приведены в пункте 1.2, к задаче восстановления НДС после процедуры упрочнения. Все расчёты выполнены с помощью разработанного программного комплекса, подробное описание которого будет изложено в главе 5.

В работе [80] представлены результаты испытаний для сплошных образцов, изготовленных из различных сплавов и сталей (12Х18Н10Т, 30ХГСА, ЭИ961, В93, ЭИ437Б и др.) и упрочнённых различными методами (гидродробеструйная обработка, обкатка роликом, алмазное выглаживание). Для экспериментов из [80] в таблице 2.2 представлены условия проведения испытания (технология упрочнения), параметры аппроксимации (1.14), значения параметра анизотропии и среднеквадратические отклонения, вычисленные по формулам (2.38), (2.40). На рисунках 2.11–2.22 представлены экспериментальные (значки) и расчётные (сплошные линии) эпюры ОН (а) и пластических деформаций (б) по глубине слоя h = a - r.

Рисунки 2.11–2.18 относятся к образцам, упрочнённым с помощью гидродробеструйной обработки (ГДО) или обработки микрошариками. Эти способы наведения сжимающих ОН относятся к режиму изотропного упрочнения ( $\alpha = 1$ ). Как видно из графиков, значения окружной и осевой компонент тензора ОН практически совпадают. При этом величина радиальной компоненты  $\sigma_r^{res}$  (по модулю) на два порядка меньше, чем  $\sigma_{\theta}^{res}$  и  $\sigma_z^{res}$ . Что касается остаточных пластических деформаций, то здесь, напротив, радиальная компонента чуть превышает по модулю значения окружной и осевой компонент. Такой результат соответствует формуле (2.9), полученной на основании условия несжимаемости при пластическом деформиций совпадают. Рисунки 2.19–2.22 иллюстрируют распределение полей ОН и пластических деформаций в образцах, обработанных в режиме анизотропного упрочнения (обкатка роликом, алмазное выглаживание). Как видно из графиков, окружная компонента тензора остаточных пластических деформаций не совпадает с осевой. При этом наблюдает существенное количественное различие между эпюрами окружной и осевой компонент тензора ОН.

Анализ графиков и данных таблиц позволяет сделать вывод о хорошем соответствии расчётных значений окружных и осевых ОН экспериментальным данным, что свидетельствует об адекватности предложенного феноменологического метода восстановления НДС в упрочнённых образцах.

Кроме этого, метод позволяет восстанавливать полную картину тензора остаточных пластических деформаций. Знание начального напряжённодеформированного состояния после процедуры упрочнения крайне важно для решения задач о кинетике напряжений в поле внешних температурно-силовых нагрузок, поскольку здесь происходит композиция (нелинейная) наведённых остаточных напряжений и так называемых «рабочих» напряжений, вызванных внешними силами. Такая ситуация возникает, например, для деталей в условиях ползучести. Без знания начального НДС невозможно не только решать соответствующую краевую задачу, но невозможно корректно сформулировать постановку этой задачи.

Следует отметить, что факт расслоения эпюр остаточных напряжений  $\sigma_{\theta}^{res}$  и  $\sigma_z^{res}$  при анизотропном характере упрочнения цилиндрических изделий теоретически описан впервые. Отсюда следует важность исследования влияния параметра анизотропии  $\alpha$  на характер формирования полей остаточных напряжений в упрочнённом слое, поскольку, например, величина  $\sigma_z^{res} = \sigma_z^{res}(r)$  входит интегрально в критерий разрушения упрочнённых образцов в условиях многоциклового нагружения. Эта задача и её анализ являются целью следующего пункта 2.4.

Метод упрочнения	Марка стали	Радиус образ- ца, мм	Рис.	$\sigma_{_0},$ МПа	$\sigma_{_{1}},$ МПа	<i>b</i> , мкм	$h_{\!_0},$ мкм	$h^{*},$ мкм	α	$\Delta_{ heta}$	$\Delta_z$
ГДО	12X18H10T	5	2.11	13,58	420,43	122	283	58	1	-	0,060
	30ХГСА	5	2.12	19,74	449,74	177	378	65	1	-	0,050
	Сталь 45	5	2.13	17,82	396,38	167	378	83	1	-	0,132
	ЭИ961	3,75	2.14	44,76	1284,96	93	224	53	1	-	0,043
	ЭИ437Б	5	2.15	33,01	1063,49	150	302	22	1	-	0,12
	B93	5	2.16	9,55	328,05	164	309	0	1	-	0,107
Обработка микроша- риками	12X18H10T	5	2.17	13,67	664,32	116	229	0	1	-	0,097
	30ХГСА	5	2.18	6,14	432,86	80	165	0	1	-	0,263
Обкатка роликом	12X18H10T	5	2.19	11,78	212,48	212	456	95	8,2	0,115	0,120
	30ХГСА	5	2.20	19,22	323,22	387	756	105	16,6	0,035	0,164
	сталь 40Х	12,5	2.21	18,08	310,68	663	1260	142	12,3	0,057	0,123
Алмазное выглажи- вание	ЭИ961	5	2.22	18,88	451,88	236	420	0	14,6	0,026	0,167

Таблица 2.2. Технология упрочнения, параметры аппроксимации (1.14), значения параметра анизотропии  $\alpha$  и среднеквадратические отклонения  $\Delta_{\theta}$ ,  $\Delta_{z}$  для сплошных цилиндров



Рис. 2.11. Сплошной образец из стали 12Х18Н10Т, d = 10 мм, поля ОН (а) и пластических деформаций (б) после ГДО: 1 – осевая компонента  $\sigma_z^{res}$ ,  $q_z$ ; 2 – окружная компонента  $\sigma_{\theta}^{res}$ ,  $q_{\theta}$ ; 3 – радиальная компонента  $\sigma_r^{res}$ ,  $q_r$ ; значки – эксперимент [80]; сплошные линии – расчёт;  $\alpha = 1$ 



б

Рис. 2.12. Сплошной образец из стали ЗОХГСА, d = 10 мм, поля ОН (а) и пластических деформаций (б) после ГДО: 1 – осевая компонента  $\sigma_z^{res}$ ,  $q_z$ ; 2 – окружная компонента  $\sigma_{\theta}^{res}$ ,  $q_{\theta}$ ; 3 – радиальная компонента  $\sigma_r^{res}$ ,  $q_r$ ; значки – эксперимент [80]; сплошные линии – расчёт;  $\alpha = 1$ 



а



б

Рис. 2.13. Сплошной образец из стали 45, d = 10 мм, поля ОН (а) и пластических деформаций (б) после ГДО: 1 – осевая компонента  $\sigma_z^{res}$ ,  $q_z$ ; 2 – окружная компонента  $\sigma_{\theta}^{res}$ ,  $q_{\theta}$ ; 3 – радиальная компонента  $\sigma_r^{res}$ ,  $q_r$ ; значки – эксперимент [80]; сплошные линии – расчёт;  $\alpha = 1$


б

Рис. 2.14. Сплошной образец из сплава ЭИ961, d = 7,5 мм, поля ОН (а) и пластических деформаций (б) после ГДО: 1 – осевая компонента  $\sigma_z^{res}$ ,  $q_z$ ; 2 – окружная компонента  $\sigma_{\theta}^{res}$ ,  $q_{\theta}$ ; 3 – радиальная компонента  $\sigma_r^{res}$ ,  $q_r$ ; значки – эксперимент [80]; сплошные линии – расчёт;  $\alpha = 1$ 



б

Рис. 2.15. Сплошной образец из сплава ЭИ437Б, d = 10 мм, поля ОН (а) и пластических деформаций (б) после ГДО: 1 – осевая компонента  $\sigma_z^{res}$ ,  $q_z$ ; 2 – окружная компонента  $\sigma_{\theta}^{res}$ ,  $q_{\theta}$ ; 3 – радиальная компонента  $\sigma_r^{res}$ ,  $q_r$ ; значки – эксперимент [80]; сплошные линии – расчёт;  $\alpha = 1$ 



б

Рис. 2.16. Сплошной образец из сплава В93, d = 10 мм, поля ОН (а) и пластических деформаций (б) после ГДО: 1 – осевая компонента  $\sigma_z^{res}$ ,  $q_z$ ; 2 – окружная компонента  $\sigma_{\theta}^{res}$ ,  $q_{\theta}$ ; 3 – радиальная компонента  $\sigma_r^{res}$ ,  $q_r$ ; значки – эксперимент [80]; сплошные линии – расчёт;  $\alpha = 1$ 



б

Рис. 2.17. Сплошной образец из жаропрочной стали 12Х18Н10Т, d = 10 мм, поля ОН (а) и пластических деформаций (б) после обработки микрошариками: 1 – осевая компонента  $\sigma_z^{res}$ ,  $q_z$ ; 2 – окружная компонента  $\sigma_{\theta}^{res}$ ,  $q_{\theta}$ ; 3 – радиальная компонента  $\sigma_r^{res}$ ,  $q_r$ ; значки – эксперимент [80]; сплошные линии – расчёт;  $\alpha = 1$ 



б

Рис. 2.18. Сплошной образец их стали ЗОХГСА, d = 10 мм, поля ОН (а) и пластических деформаций (б) после обработки микрошариками: 1 – осевая компонента  $\sigma_z^{res}$ ,  $q_z$ ; 2 – окружная компонента  $\sigma_{\theta}^{res}$ ,  $q_{\theta}$ ; 3 – радиальная компонента  $\sigma_r^{res}$ ,  $q_r$ ; значки – эксперимент [80]; сплошные линии – расчёт;  $\alpha = 1$ 



Рис. 2.19. Сплошной образец из жаропрочной стали 12Х18Н10Т, d = 10 мм, поля ОН (a) и пластических деформаций (б) после обкатки роликом: 1 – осевая компонента  $\sigma_z^{res}$ ,  $q_z$ ; 2 – окружная компонента  $\sigma_{\theta}^{res}$ ,  $q_{\theta}$ ; 3 – радиальная компонента  $\sigma_r^{res}$ ,  $q_r$ ; значки – эксперимент [80]; сплошные линии – расчёт;  $\alpha = 8, 2$ 



Рис. 2.20. Сплошной образец их стали ЗОХГСА, d = 10 мм, поля ОН (а) и пластических деформаций (б) после обкатки роликом: 1 – осевая компонента  $\sigma_z^{res}$ ,  $q_z$ ; 2 – окружная компонента  $\sigma_{\theta}^{res}$ ,  $q_{\theta}$ ; 3 – радиальная компонента  $\sigma_r^{res}$ ,  $q_r$ ; значки – эксперимент [80]; сплошные линии – расчёт;  $\alpha = 16, 6$ 



Рис. 2.21. Сплошной образец их стали 40Х, d = 25 мм, поля ОН (а) и пластических деформаций (б) после обкатки роликом: 1 – осевая компонента  $\sigma_z^{res}$ ,  $q_z$ ; 2 – окружная компонента  $\sigma_{\theta}^{res}$ ,  $q_{\theta}$ ; 2 – радиальная компонента  $\sigma_r^{res}$ ,  $q_r$ ; значки – эксперимент [80]; сплошные линии – расчёт;  $\alpha = 12, 3$ 



Рис. 2.22. Сплошной образец из сплава ЭИ961, d = 10 мм, поля ОН (а) и пластических деформаций (б) после алмазного выглаживания: 1 – осевая компонента  $\sigma_z^{res}$ ,  $q_z$ ; 2 – окружная компонента  $\sigma_{\theta}^{res}$ ,  $q_{\theta}$ ; 3 – радиальная компонента  $\sigma_r^{res}$ ,  $q_r$ ; значки – эксперимент [80]; сплошные линии – расчёт;  $\alpha = 14, 6$ 

# 2.4. Анализ влияния параметра анизотропии на распределение полей остаточных напряжений в полом упрочнённом цилиндрическом образце

Проанализируем характер и степень влияния параметра анизотропии  $\alpha$ , связывающего окружную и осевую компоненты тензора пластических деформаций в соотношении (2.8), на распределение полей ОН. Рассмотрим полый цилиндрический образец из стали 45 с внутренним и внешним радиусами 22.5 мм и 25.75 мм соответственно, упрочнённый с помощью обкатки роликом [80]. На рис. 2.23 представлены экспериментальные (значки) и расчётные (линия) значения эпюры окружной компоненты тензора ОН  $\sigma_{\theta}^{res}$  в зависимости от глубины слоя  $h = R_2 - r$ . Для одной и той же зависимости  $\sigma_{\theta}^{res}(h)$  исследуем влияние параметра анизотропии  $\alpha$  на остальные компоненты тензора ОН, рассчитывая напряжённое состояние по схеме (2.37), считая исходными экспериментальные данные для окружных напряжений.



Рис. 2.23. Экспериментальная (значки) и расчётная (линия) эпюры остаточных напряжений  $\sigma_{\theta}^{res}(h)$  для полого цилиндрического образца из стали 45

Характер эпюры на рис. 2.23 свидетельствует о том, что имеет место случай, когда локальный минимум находится внутри поверхностного слоя детали, т.е.

 $h^* \neq 0$ . Значения параметров аппроксимации (2.26), определённые по схеме (2.33) –(2.35), приведены в таблице 2.3.

Таблица 2.3. Параметры аппроксимации (2.26) и среднеквадратическое отклонение для упрочнённых обкаткой роликом полых цилиндрических образцов из стали 45 с внутренним и внешним радиусами 22.5 мм и 25.75 мм соответственно

$\sigma_{_0}$ ,	$\sigma_{_{1}},$	<i>b</i> ,	$h_0$ ,	$h^{*},$	Λ
МПа	МПа	МКМ	МКМ	МКМ	$\Delta_{\theta}$
32,69	113,99	418	616	148	0,022

Исследуем теперь влияние параметра анизотропии *α* на остальные компоненты ОН, выполнив качественный и количественный анализ полей осевой и радиальной компонент напряжений.

На основании (2.5) можно утверждать, что значения  $\sigma_r^{res}$  при одной и той же эпюре окружной компоненты не зависят от значения параметра  $\alpha$ . На рисунке 2.24 представлен график радиальной компоненты ОН при заданной эпюре  $\sigma_{\theta}^{res}$ (см. рис. 2.23). Как следует из анализа рисунков 2.23 и 2.24, значения  $\sigma_{\theta}^{res}$  по модулю превышают значения  $\sigma_r^{res}$  почти на два порядка.

На рисунке 2.25 представлены эпюры осевой компоненты тензора ОН при заданном  $\sigma_{\theta}^{res}(h)$  (см. рис. 2.23) для различных значений параметра анизотропии  $\alpha$ . Анализ показывает, что значение  $\alpha$  существенно влияет на величину  $\sigma_z^{res}(h)$ . Так, при  $0 < \alpha < 1$  локальный максимум (по модулю) осевых напряжений может быть значительно ниже максимума (по модулю) окружной компоненты. В предельном случае ( $\alpha = 0$ ) максимум  $\sigma_{\theta}^{res}$  больше максимума  $\sigma_z^{res}$  почти в три раза. При  $\alpha = 1$  эпюры окружной и осевой компонент тензор ОН практически одинаковы. При  $\alpha > 1$  максимум  $\sigma_{\theta}^{res}$ , наоборот, меньше максимума  $\sigma_z^{res}$ , а при устремлении  $\alpha$  к бесконечности значения осевой компоненты превышают значения окружной в три раза.



Рис. 2.24. Расчётная эпюра радиальной компоненты тензора ОН  $\sigma_r^{res}(h)$  (материал – сталь 45)



Рис. 2.25. Распределение осевых остаточных напряжений  $\sigma_z^{res}(h)$  в зависимости от параметра анизотропии  $\alpha$  (материал – сталь 45)

Проведённый анализ полей остаточных напряжений и оценка влияния параметра анизотропии позволяют сделать вывод о том, что повышая α для конкретной технологии ППД, можно добиться значительного увеличения интенсивности осевых сжимающих ОН. Ввиду того, что эта компонента используется для оценки эффективности упрочнения, тем самым можно повысить эффективность процедуры ППД.

В свою очередь, неучёт параметра анизотропии при решении задач механики упрочнённых конструкций может привести к значительным погрешностям. Особенно существенно это может проявиться при использовании методов упрочнения, относящихся к режиму анизотропного нагружения и приводящих к  $\alpha$ , существенно отличающихся от единицы.

Следует отметить, что аналогичные результаты для сплошного цилиндра были получены и в работе [5].

#### 2.6. Выводы по главе 2

- Разработан феноменологический метод восстановления полной картины напряжённо-деформированного состояния в поверхностном слое анизотропно упрочнённых полых цилиндрических образцов по одной или двум экспериментально замеренным компонентам тензора остаточных напряжений.
- 2. Предложена аналитическая зависимость для аппроксимации и последующей экстраполяции дискретных экспериментальных значений эпюры окружной компоненты тензора остаточных напряжений. Разработана методика определения параметров аппроксимации, обеспечивающих выполнение условий самоуравновешенности ОН в детали. Предложен алгоритм уточнения параметров аппроксимации, позволяющий минимизировать отклонения расчётных значений напряжений от экспериментальных.

В качестве оценки погрешности выбран функционал нормированного среднеквадратического отклонения.

- 3. С помощью разработанного программного комплекса выполнена апробация предложенной методики и алгоритма идентификации параметров аппроксимации на экспериментальных данных для полых цилиндрических образцов из сталей 45 и 40Х; установлено хорошее соответствие расчётных и экспериментальных данных.
- 4. Выполнена проверка адекватности предложенной математической модели оценки НДС упрочнённых полых цилиндрических образцов из сталей 45 и 40Х экспериментальным данным при гидродробеструйной обработке поверхности и при обкатке роликом. Установлено хорошее соответствие расчётных и экспериментальных данных.
- 5. Выполнена экспериментальная проверка методики восстановления НДС в сплошном упрочнённом цилиндрическом образце, предложенной ранее, для четырёх технологий упрочнения (гидродробеструйная обработка, обработка микрошариками, обкатка роликом, алмазное выглаживание) образцов из 7 материалов (сталь 12Х18Н10Т, 30ХГСА, сталь 45, сталь 40Х, сплав ЭИ961, сплав ЭИ437Б, сплав В95). Наблюдается хорошее соответствие расчётных и экспериментальных данных.
- 6. Проведён анализ качественного и количественного влияния параметра анизотропии  $\alpha$  на характер распределения полей остаточных напряжений в полых цилиндрических образцах. Установлено, что при одной и той же эпюре окружных напряжений параметр  $\alpha$  может давать троекратное отклонение  $\sigma_z^{res}$  от  $\sigma_{\theta}^{res}$  как в большую, так и в меньшую сторону. Сделан вывод о возможности получения существенных погрешностей в случае неучёта параметра анизотропии.

## Глава 3. Математическое моделирование кинетики полей остаточных напряжений и пластических деформаций при температурном нагреве изделия

В работах [92–95, 103, 104, 108, 115] приводятся методики расчёта кинетики ОН и пластических деформаций в упрочнённых элементах конструкций, эксплуатирующихся в условиях ползучести при силовых и температурных нагрузках. В качестве исходного (начального) НДС детали берутся поля внутренних напряжений и деформаций, восстановленные после процедуры упрочнения. Одним из недостатков этих работ является то, что в начальный момент времени не учитывалось перераспределение напряжений вследствие изменения модуля упругости, обусловленного чисто температурным нагревом изделия.

Ввиду основополагающего значения первоначального НДС при решении краевой задачи релаксации ОН исключительную важность приобретает задача расчёта полей внутренних напряжений при изменении температуры. Поэтому одной из задач данного диссертационного исследования ставится разработка метода расчёта полей ОН и упругих деформаций в упрочнённых деталях при нагреве.

Материал главы излагается в соответствии с работой автора [127].

#### 3.1. Постановка задачи

Рассмотрим сплошной цилиндрический образец радиуса r = a. Предположим, что одной из технологических процедур в его поверхностном слое наводятся поля остаточных напряжений и пластических деформаций при температуре  $T_0$ , а затем образец нагревается до температуры  $T_1$  (рассматривается установившееся (стационарное) температурное поле цилиндрического образца). Как правило, упрочнение происходит при нормальной (комнатной) температуре  $T_0$  (за исключением термопластического упрочнения). Задача решается в стандартной цилиндрической системе координат r,  $\theta$ , z. Как и в предыдущем пункте, обозначим через  $\sigma_{\theta}^{res}$ ,  $\sigma_r^{res}$  и  $\sigma_z^{res}$  окружное, радиальное и осевое остаточные напряжения, а через  $q_{\theta}$ ,  $q_r$  и  $q_z$  – соответствующие компоненты тензора остаточных пластических деформаций. Недиагональными компонентами тензоров остаточных напряжений и деформаций пренебрегаем в силу их малости по сравнению с нормальными компонентами. В предположении, что вторичные пластические деформации в области сжатия поверхностного слоя отсутствуют и экспериментально известна компонента  $\sigma_{\theta}^{res} = \sigma_{\theta}^{res}(r)$ , восстанавливается полная картина НДС по схеме (2.25) с механическими характеристиками, соответствующими температуре  $T_0$ .

Пусть теперь температура T цилиндрического образца повышается от  $T_0$  до величины  $T_1$ , причём  $T_1 \gg T_0$ . Обозначим модуль Юнга материала при  $T = T_0$  через  $E_0$ , а при  $T = T_1$  – через  $E_1$  (очевидно, что  $E_1 < E_0$ ). Требуется оценить поля остаточных напряжений при  $T = T_1$ .

### 3.2. Методика расчёта кинетики напряжённо-деформированного состояния в поверхностно упрочнённом слое при температурном нагреве изделия

Будем предполагать, что при повышении температуры в цилиндрическом образце не возникает дополнительных пластических деформаций за счёт термического разупрочнения характеристик пластичности материала. При этом предположении величина  $\sigma_{\theta}^{res} = \sigma_{\theta}^{res}(r)$  при  $T = T_1$  может быть определена из решения интегрального уравнения (2.22) с использованием (2.5) и  $E = E_1$ , поскольку  $q_{\theta}(r)$ известна и не зависит от температуры. Но эта задача сложная и её решение проблематично. Поэтому предлагается следующий приём, позволяющий свести поставленную задачу к задаче фиктивной ползучести, методика решения которой разработана и реализована в [95]. Предположим, что в процессе нагрева модуль Юнга изменяется во времени по закону

$$E(t) = E_0 + (1 - e^{-t})(E_1 - E_0), \qquad (3.1)$$

где t – некоторое фиктивное время (параметр нагружения), при этом при t > 10величина  $e^{-t} \approx 0$  и  $E(t) = E_1$ , т.е. имеем состояние, соответствующее температуре  $T = T_1$ , а при  $t = 0 - E(0) = E_0$ , т.е. имеем состояние при  $T = T_0$ .

Тогда с учётом обозначений

$$\sigma_{0}^{res}(r,t) = \sigma_{\theta}^{res}(r,t) + \sigma_{z}^{res}(r,t) + \sigma_{r}^{res}(r,t),$$

$$e_{i}^{0}(r,t) = \frac{(1+\mu)\sigma_{i}^{res}(r,t) - \mu\sigma_{0}^{res}(r,t)}{E_{0}} (i = r, \theta, z), \quad E^{*} = \frac{E_{0} - E_{1}}{E_{0}}$$

и соотношения (3.1) имеем

$$e_{i}(r,t) = \frac{(1+\mu)\sigma_{i}^{res}(r,t) - \mu\sigma_{0}^{res}(r,t)}{E(t)} = e_{i}^{0}(r,t)\frac{1}{1-(1-e^{-t})E^{*}} \quad (i=r,\theta,z).$$

Раскладывая второй сомножитель в предыдущем равенстве в ряд Тейлора, и ограничиваясь членами первого порядка малости относительно величины  $E^*$ , получим

$$e_{i}(r,t) = e_{i}^{0}(r,t) + e_{i}^{0}(r,t)(1-e^{-t})E^{*} \quad (i=r,\theta,z).$$
(3.2)

Второе слагаемое в правой части (3.2) назовём деформацией фиктивной ползучести (псевдоползучести) и обозначим через  $h_i(r,t)$ , т.е.

$$h_{i}(r,t) = \frac{(1+\mu)\sigma_{i}^{res}(r,t) - \mu\sigma_{0}^{res}(r,t)}{E_{0}} (1-e^{-t})E^{*} \quad (i=r,\theta,z).$$

или в дифференциальной форме

$$\dot{h}_{i}(r,t) = \frac{E^{*}}{E_{0}} \Big[ (1+\mu)\sigma_{i}^{res}(r,t) - \mu\sigma_{0}^{res}(r,t) \Big] - h_{i}(r,t) \,.$$
(3.3)

Соотношение (3.3) по внешнему виду соответствует варианту линейной наследственной теории вязкоупругости с экспоненциальным ядром ползучести и начальными данными  $h_i(r,0) = 0$  ( $i = r, \theta, z$ ).

Если теперь представить полную деформацию  $\varepsilon_i(r,t)$  в виде:

$$\varepsilon_i(r,t) = e_i^0(r,t) + q_i(r) + h_i(r,t) \quad (i = r, \theta, z), \quad (3.4)$$

то для расчёта напряжённо-деформированного состояния в процессе нагревания цилиндрического изделия до температуры  $T = T_1$  можно использовать разработанный в [95] прямой метод решения краевой задачи ползучести упрочнённого цилиндрического образца и в качестве конечного решения использовать асимптотическое решение при  $t \to \infty$  (на практике это соответствует «времени» t > 10, поскольку здесь  $e^{-t} \approx 0$ ). В качестве замечания следует отметить, что температурные деформации в (3.4) не учитываются, поскольку они не влияют на напряжённое состояние в силу однородности температурного поля по объёму цилиндрического образца.

#### 3.3. Апробация методики, результаты расчётов и анализ результатов

В качестве иллюстрации предложенного метода были просчитаны варианты для сплошных цилиндрических образцов радиуса r = R из различных материалов, упрочнённых по различным технологиям: сплав ЭИ691 (R = 5мм, алмазное выглаживание, коэффициент анизотропии  $\alpha = 14,6$ ), сталь 30ХГСА (R = 7,5мм, обкатка роликом, коэффициент анизотропии  $\alpha = 16,6$ ), сталь 12Х18Н10Т (R = 5мм, обкатка роликом, коэффициент анизотропии  $\alpha = 8,2$ ), сталь 45 (R = 5мм, гидродробеструйная обработка, коэффициент анизотропии  $\alpha = 1$ ). Зависимости модулей Юнга для этих материалов от температуры приведены в таблице 3.1. Предполагалось, что упрочнение материалов производилось при начальной комнатной температуре  $T_0 = 20$  °C, а нагревание производилось до температуры  $T = T_1$ , соответствующей последнему значению соответствующего столбца таблицы. Экспериментальные данные для остаточных напряжений после процедуры упрочнения при  $T = T_0$  для образцов из указанных материалов заимствованы из работы [80]. Начальное напряжённо-деформированное состояние, соответствующее  $T_0 = 20$  °C, рассчитывалось по схеме (2.25) с использованием программного комплекса, спроектированного и разработанного автором настоящего диссертационного исследования. Решение задачи фиктивной ползучести осуществлялось численно шагами по времени на основании прямого метода решения ползучести сплошного упрочнённого цилиндрического образца, предложенного В. П. Радченко и М. Н. Саушкиным в [95]. На основании этой методики, которая изложена в приложении 1, был также разработан соответствующий программный продукт, на основании которого и осуществлялись расчёты. Подробно характеристики программного комплекса изложены в пятой главе.

T, ℃	ЭИ961	30ХГСА	12X18H10T	Сталь 45		
	Модуль Юнга Е 10 <sup>-5</sup> , МПа					
20	2,00	2,15	1,98	2,10		
100	1,98	2,11	1,94	2,05		
200	1,87	2,03	1,89	1,93		
300	1,75	1,96	1,81	1,90		
400	1,65	1,84	1,74	1,72		
500	1,45	1,73	1,66	1,60		
600	1,09	1,64	1,57	-		
700	_	1,43	1,47	-		
800	-	1,25	-	-		

Таблица 3.1. Модуль упругости материалов при различных температурах

На рис. 3.1, 3.2 показаны исходная ( $T = T_0$ ) и конечная ( $T = T_1$ ) эпюры напряжения  $\sigma_{\theta}$  и  $\sigma_z$  для рассмотренных экспериментов. Исходные эпюры при  $T = T_0$  рассчитаны по схеме (2.25) на основании соответствующих экспериментальных данных (значки), а конечные при  $T = T_1$  – по предлагаемой методике. Наблюдается значительное уменьшение по модулю значений компонент тензора остаточных

напряжений (до 35%). Это говорит о том, что нагрев изделия в значительной степени влияет на НДС упрочнённого образца.



Рис. 3.1 Перераспределение остаточных напряжений при нагреве цилиндрического образца: 1 – окружная компонента  $\sigma_{\theta}^{res}$ ; 2 – осевая компонента  $\sigma_{z}^{res}$ ; значки – эксперимент [80] при  $T = T_0$ ; расчётные при  $T = T_0$  (сплошные линии) и при  $T = T_1$  (штриховые линии) значения остаточных напряжений; а) ЭИ961, алмазное выглаживание (20 °C  $\rightarrow$  600 °C),  $\alpha = 14.6$ ; б) З0ХГСА, обкатка роликом (20 °C  $\rightarrow$  800 °C),  $\alpha = 16.6$ 



Рис. 3.2 Перераспределение остаточных напряжений при нагреве цилиндрического образца: 1 – окружная компонента  $\sigma_{\theta}^{res}$ ; 2 – осевая компонента  $\sigma_{z}^{res}$ ; значки – эксперимент [80] при  $T = T_0$ ; расчётные при  $T = T_0$  (сплошные линии) и при  $T = T_1$  (штриховые линии) значения остаточных напряжений; а) 12Х18Н10Т, обкатка роликом (20 °C  $\rightarrow$  700 °C),  $\alpha = 8.2$ ; б) сталь 45, гидродробеструйная обработка (20 °C  $\rightarrow$  500 °C),  $\alpha = 1$ 

На рис. 3.3 в качестве примера отображена зависимость максимального значения (по модулю) эпюры осевой компоненты тензора ОН  $\sigma_z^{res}$  от температуры для образца из стали 30ХГСА.



Рис. 3.3 Зависимость максимального значения (по модулю) компоненты  $\sigma_z^{res}$  от конечной температуры  $T = T_1$  нагрева образца (сталь 30ХГСА)

#### 3.4. Выводы по главе 3

Предложен метод моделирования изменения НДС изделия при температурном нагреве. Приведены результаты расчётов для образцов из различных материалов, упрочнённых разными технологическими способами.

Анализ полученных результатов показывает, что вследствие чисто температурного нагрева изделия наблюдается значительное перераспределение полей ОН в упрочнённом слое. Одним из возможных применений данной методики является оценка скорости релаксации остаточных напряжений вследствие ползучести как в условиях чисто температурных выдержек без внешних нагрузок (термоэкспозиция образца), так и в условиях температурно-силового нагружения цилиндрического образца. При этом НДС к окончанию момента прогрева ( $T = T_1$ ) играет роль начальных данных для решения задачи ползучести упрочнённого образца.

## Глава 4. Решение краевой задачи релаксации остаточных напряжений в условиях ползучести

В общем и авиационном машиностроении, а также в нефтехимической промышленности к конструкциям и деталям предъявляются высокие требования по долговечности, надёжности и износостойкости. Как уже отмечалось в главе 1, одним из способов повышения прочностных характеристик изделий является наведение сжимающих ОН. В связи с тем, что повреждения детали (усталостная трещина, коррозия и т.п.) начинаются, как правило, с поверхностного слоя, широкое распространение получили методы поверхностного упрочнения, при которых поля внутренних сжимающих напряжений реализуются лишь вблизи поверхности. Однако поверхностный слой в процессе эксплуатации подвергается значительным силовым и температурным нагрузкам, которые приводят к появлению деформации ползучести в материале изделия, что, в свою очередь, вызывает релаксацию ОН в упрочнённом слое на фоне реологического деформирования изделия. Определяющее влияние ОН на надёжность детали делает задачу расчёта кинетики НДС изделия в процессе эксплуатации в условиях высокотемпературной ползучести чрезвычайно важной как с практической, так и с теоретической точек зрения.

#### 4.1. Постановка задачи

Решение краевой задачи релаксации ОН в упрочнённом слое в условиях ползучести предполагает определение полной картины НДС в любой момент времени в процессе эксплуатации детали. В работах В. П. Радченко и М. Н. Саушкина [92, 94] рассматриваются сплошные цилиндрические образцы, находящиеся под действием продольной растягивающей нагрузки. Предлагается рассчитывать релаксацию в так называемом режиме «жёсткого нагружения» при известных деформациях на поверхности элемента конструкции. При этом выполняется декомпозиция детали на упрочнённый поверхностный слой и «тело» конструкции, а решения краевых задач для этих двух элементов склеиваются. Недостатком данного подхода является невозможность теоретической оценки погрешности метода вследствие декомпозиции упрочнённого цилиндрического образца на «слой» и «тело» и последующей склейки решений двух краевых задач.

В работе [95] предложен иной подход, основанный на прямом численном решении краевой задачи релаксации ОН в сплошной цилиндрическом образце в условиях ползучести при растяжении образца, который развивался далее в работе [5]. В публикациях [95, 108] выполнена частичная экспериментальная проверка этого метода в условиях чистой термоэкспозиции (температурной выдержки без растягивающей нагрузки), выполнено сравнение данных расчёта релаксации остаточных напряжений вследствие ползучести в сплошных цилиндрических образцах из сплава ЭИ961 при T = 400 °C с экспериментальными данными. Однако в цитируемых работах [5, 95, 108] не учитывалось перераспределение полей ОН вследствие «мгновенного» изменения температуры до температуры испытаний при термоэкспозиции. В настоящее время отсутствуют экспериментальные исследования и теоретический анализ влияния растягивающей нагрузки на кинетику остаточных напряжений вследствие ползучести для сплошных образцов. Естественным образом возникает задача обобщения метода работы [95] на полые цилиндрические образцы и необходимость его экспериментальной проверки.

В связи с вышеизложенными, целями данной главы являются:

- разработка прямого метода решения краевой задачи о ползучести растягиваемого полого цилиндра с наведёнными в поверхностном слое полями сжимающих ОН;
- теоретическое и экспериментальное исследование влияния растягивающей нагрузки на релаксацию остаточных напряжений в условиях ползучести для полых и сплошных цилиндрических образцов с учётом ступенчатых изменений температурного режима нагружения;
- разработка алгоритмического и программного обеспечения для решения поставленной задачи;

 экспериментальная проверка предлагаемых методик и алгоритмов решения краевых задач о ползучести полого и сплошного цилиндров с наведёнными полями OH.

# 4.2. Прямой метод решения краевой задачи релаксации остаточных напряжений в полом цилиндре

Рассмотрим находящийся под действием растягивающей продольной силы F(t) полый цилиндрический образец с внутренним и внешним радиусами  $R_1$  и  $R_2$  соответственно. В поверхностно упрочнённом внешнем слое наведены поля остаточных напряжений и пластических деформаций.

Аналогично главе 2, введём стандартную цилиндрическую систему координат *r*,θ,*z*. Постановка краевой задачи в любой момент времени *t* включает:

— уравнения равновесия

$$r\frac{d\sigma_r(r,t)}{dr} + \sigma_r(r,t) = \sigma_\theta(r,t); \qquad (4.1)$$

$$\int_{R_{1}}^{R_{2}} \sigma_{z}(r,t) r dr = \frac{F(t)}{2\pi},$$
(4.2)

где  $\sigma_r(r,t)$ ,  $\sigma_{\theta}(r,t)$ ,  $\sigma_z(r,t)$  – радиальная, окружная и осевая компоненты тензора напряжений в полом цилиндре соответственно;

— уравнение совместности деформаций

$$r\frac{d\varepsilon_{\theta}(r,t)}{dr} + \varepsilon_{\theta}(r,t) = \varepsilon_{r}(r,t), \qquad (4.3)$$

где  $\varepsilon_r(r,t)$ ,  $\varepsilon_{\theta}(r,t)$  радиальная и окружная компоненты тензора полных деформаций соответственно;

— гипотезу плоских сечений:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{\boldsymbol{z}}(\boldsymbol{r},t) = \boldsymbol{\varepsilon}_{\boldsymbol{z}}^{*}(t), \qquad (4.4)$$

где  $\varepsilon_z(r,t)$  – осевая компонента тензора полных деформаций;

— краевые условия

$$\sigma_r(r,t)\Big|_{r=R_1} = 0; \ \sigma_r(r,t)\Big|_{r=R_2} = 0.$$
 (4.5)

Здесь и далее предполагается, что касательные компоненты тензоров ОН и деформаций равны нулю или малы по сравнению с нормальными, и ими можно пренебречь.

В качестве замечания отметим, что время t в компонентах тензоров напряжений и деформаций входит параметрически, поэтому в формулах (4.1), (4.3) и везде далее входят не частные, а обычные производные по пространственной переменной r.

Главные компоненты тензора полной деформации цилиндрического образца  $\varepsilon_i^0$  ( $i \equiv r, \theta, z$ ), приобретённой в результате упрочняющей обработки, представим в следующем виде [87]:

$$\varepsilon_i^0(r) = e_i^0(r) + q_i(r). \tag{4.6}$$

Сформулируем начальные условия. Непосредственно после упрочнения (в момент времени t = 0 - 0) напряжённо-деформированное состояние цилиндра описывается напряжениями  $\sigma_i^{res}(r)$  ( $i \equiv r, \theta, z$ ), которые определяются по методике, изложенной в главе 2, и соотношениями для деформаций, следующими из (4.6) и закона Гука:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\varepsilon}_{r}^{0}(r) &= \left[\boldsymbol{\sigma}_{r}^{res}(r) - \boldsymbol{\mu} \left(\boldsymbol{\sigma}_{\theta}^{res}(r) + \boldsymbol{\sigma}_{z}^{res}(r)\right)\right] / E + q_{r}(r), \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{\theta}^{0}(r) &= \left[\boldsymbol{\sigma}_{\theta}^{res}(r) - \boldsymbol{\mu} \left(\boldsymbol{\sigma}_{r}^{res}(r) + \boldsymbol{\sigma}_{z}^{res}(r)\right)\right] / E + q_{\theta}(r), \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{z}^{0}(r) &= \left[\boldsymbol{\sigma}_{z}^{res}(r) - \boldsymbol{\mu} \left(\boldsymbol{\sigma}_{r}^{res}(r) + \boldsymbol{\sigma}_{\theta}^{res}(r)\right)\right] / E + q_{z}(r). \end{aligned}$$

Здесь *Е* – модуль Юнга, µ – коэффициент Пуассона.

Пусть в момент времени t = 0 + 0 к цилиндру приложена продольная растягивающая сила  $F_0 = \sigma_{z0} \pi a^2 (\sigma_{z0} - \text{ осевое («рабочее») напряжение). В этом случае происходит «упругий» скачок осевых напряжений:$ 

$$\sigma_z^{res}(r,0+0) = \sigma_z^{res}(r) + \sigma_{z0}$$
(4.7)

и как следствие – скачок деформаций:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{r}^{0}(r,0+0) &= \left[ \sigma_{r}^{res}(r) - \mu \left( \sigma_{\theta}^{res}(r) + \sigma_{z}^{res}(r,0+0) \right) \right] / E + q_{r}(r), \\ \varepsilon_{\theta}^{0}(r,0+0) &= \left[ \sigma_{\theta}^{res}(r) - \mu \left( \sigma_{r}^{res}(r) + \sigma_{z}^{res}(r,0+0) \right) \right] / E + q_{\theta}(r), \\ \varepsilon_{z}^{0}(r,0+0) &= \left[ \sigma_{z}^{res}(r,0+0) - \mu \left( \sigma_{r}^{res}(r) + \sigma_{\theta}^{res}(r) \right) \right] / E + q_{z}(r). \end{aligned}$$

$$(4.8)$$

Таким образом, исходное НДС в полом цилиндрическом образце при t = 0 + 0 считается известным.

Соотношения (4.7), (4.8), задающие исходное напряжённо-деформированное состояние цилиндра после поверхностного пластического деформирования и нагружения цилиндра продольной растягивающей силой, являются начальными данными для краевой задачи ползучести.

Уравнения (4.3)–(4.8) замыкаются определяющими соотношениями в дифференциальной форме, связывающими компоненты тензоров деформаций ползучести и напряжений (нагрузка  $F_0$  такова, что дополнительные пластические деформации в сечении цилиндра не возникают).

При высоких температурах и в условиях силового нагружения происходит перераспределение полей ОН и неупругих деформаций на фоне реологического деформирования самой детали. Для того чтобы смоделировать релаксацию необходимо выразить компоненты тензора напряжений из соответствующих уравнений.

В цилиндре, в котором наведены поля пластических деформаций, компоненты тензора полной деформации в любой момент времени *t* представляются в виде суммы

$$\varepsilon_i(r,t) = e_i(r,t) + q_i(r) + p_i(r,t) \quad (i \equiv r, \theta, z),$$
(4.9)

где  $e_i(r,t)$ ,  $q_i(r)$ ,  $p_i(r,t)$  – упругая, остаточная пластическая деформация и деформация ползучести соответственно. Для осевой компоненты  $\varepsilon_z$  из (4.4), (4.9) получаем

$$e_{z}(r,t) + q_{z}(r) + p_{z}(r,t) = \varepsilon_{z}^{*}(t).$$
 (4.10)

Запишем закон Гука для упругих деформаций:

$$e_r^0(r,t) = \left[\sigma_r^{res}(r,t) - \mu \left(\sigma_{\theta}^{res}(r,t) + \sigma_z^{res}(r,t)\right)\right] / E; \qquad (4.11)$$

$$e_{\theta}^{0}(r,t) = \left[\sigma_{\theta}^{res}(r,t) - \mu \left(\sigma_{r}^{res}(r,t) + \sigma_{z}^{res}(r,t)\right)\right] / E; \qquad (4.12)$$

$$e_z^0(r,t) = \left[\sigma_z^{res}(r,t) - \mu \left(\sigma_r^{res}(r,t) + \sigma_{\theta}^{res}(r,t)\right)\right] / E \,. \tag{4.13}$$

С учётом (4.13), из (4.10) находим

$$\left[\sigma_{z}^{res}(r,t)-\mu\left(\sigma_{r}^{res}(r,t)+\sigma_{\theta}^{res}(r,t)\right)\right]/E+q_{z}(r)+p_{z}(r,t)=\varepsilon_{z}^{*}(t),$$

откуда следует

$$\boldsymbol{\sigma}_{z}(\boldsymbol{r},t) = \left[\boldsymbol{\varepsilon}_{z}^{*}(t) - \boldsymbol{q}_{z}(\boldsymbol{r}) - \boldsymbol{p}_{z}(\boldsymbol{r},t)\right]\boldsymbol{E} + \boldsymbol{\mu}\left(\boldsymbol{\sigma}_{r}(\boldsymbol{r},t) + \boldsymbol{\sigma}_{\theta}(\boldsymbol{r},t)\right).$$
(4.14)

Исключим компоненту  $\sigma_z$ , вычтя из (4.11) уравнение (4.12):

$$e_r(r,t) - e_{\theta}(r,t) = (1+\mu) [\sigma_r(r,t) - \sigma_{\theta}(r,t)] / E.$$
 (4.15)

С учётом уравнения (4.1) соотношение (4.15) принимает вид

$$e_r(r,t) - e_{\theta}(r,t) = -\frac{(1+\mu)}{E} \left( r \frac{d\sigma_r(r,t)}{dr} \right).$$
(4.16)

Продифференцировав соотношение (4.12) по *г*, запишем:

$$\frac{de_{\theta}(r,t)}{dr} = \frac{1}{E} \left[ \frac{d\sigma_{\theta}(r,t)}{dr} - \mu \left( \frac{d\sigma_r(r,t)}{dr} + \frac{d\sigma_z(r,t)}{dr} \right) \right].$$
(4.17)

Напомним, что здесь и далее переменная *t* является параметром, поэтому в преобразованиях используется оператор полной производной по переменной *r*.

Дифференцируя (4.14) по переменной *r* с учётом условия  $d\varepsilon_z^*(t)/dr = 0$  и подставляя полученное соотношение в (4.17), находим

$$\frac{de_{\theta}(r,t)}{dr} = \frac{1+\mu}{E} \left[ (1-\mu)\frac{d\sigma_{\theta}(r,t)}{dr} - \mu\frac{d\sigma_{r}(r,t)}{dr} + \frac{\mu E}{1+\mu} \left(\frac{dq_{z}(r)}{dr} + \frac{dp_{z}(r,t)}{dr}\right) \right].$$
(4.18)

Из уравнений (4.1), (4.12) следует

$$\frac{d\sigma_{\theta}(r,t)}{dr} = 2\frac{d\sigma_r(r,t)}{dr} + r\frac{d^2\sigma_r(r,t)}{dr^2}.$$
(4.19)

С использованием (4.19) исключим из (4.18) величину  $d\sigma_{\theta}/dr$ :

$$\frac{de_{\theta}(r,t)}{dr} = \frac{1+\mu}{E} \left[ r(1-\mu)\frac{d^2\sigma_r(r,t)}{dr^2} + (2-3\mu)\frac{d\sigma_r(r,t)}{dr} + \frac{\mu E}{1+\mu} \left(\frac{dq_z(r)}{dr} + \frac{dp_z(r,t)}{dr}\right) \right].$$
(4.20)

С учётом (4.9), (4.16) уравнение (4.3) преобразуем к виду

$$r\frac{de_{\theta}(r,t)}{dr} = -\frac{1+\mu}{E} \left( r\frac{d\sigma_r(r,t)}{dr} \right) + \left( q_r(r) - q_{\theta}(r) \right) + \left( p_r(r,t) - p_{\theta}(r,t) \right) - r \left( \frac{dq_{\theta}(r)}{dr} + \frac{dp_{\theta}(r,t)}{dr} \right).$$

$$(4.21)$$

Подставляя (4.20) в (4.21), с учётом  $q_z = \alpha q_{\theta}$ ,  $q_r = -q_{\theta}(1+\alpha)$  получаем обыкновенное дифференциальное уравнение относительно  $\sigma_r$ :

$$r^{2}\frac{d^{2}\sigma_{r}(r,t)}{dr^{2}} + 3r\frac{d\sigma_{r}(r,t)}{dr} = g(r,t)$$

$$(4.22)$$

с граничными условиями

$$\sigma_r(r,t)\Big|_{r=R_1} = 0, \quad \sigma_r(r,t)\Big|_{r=R_2} = 0.$$
 (4.23)

Здесь

$$g(r,t) = \frac{E}{1-\mu^2} \left[ \frac{2+\alpha}{1+\alpha} q_r(r) + p_r(r,t) - p_{\theta}(r,t) - r\left( \frac{dp_{\theta}(r,t)}{dr} + \mu \frac{dp_z(r,t)}{dr} \right) + \frac{r}{1+\alpha} (1+\alpha\mu) \frac{dq_r(r)}{dr} \right].$$

С учётом (4.23) решение (4.22) записывается следующим образом:

$$\sigma_{r}(r,t) = \int_{R_{1}}^{r} \frac{1}{\xi^{3}} \left( \int_{R_{1}}^{\xi} g(\eta,t) \eta d\eta \right) d\xi + \frac{C}{2} \left( \frac{1}{R_{1}^{2}} - \frac{1}{r^{2}} \right).$$
(4.24)

С учётом второго граничного условия из (4.23):

$$C = -\frac{2R_1^2R_2^2}{\left(R_2^2 - R_1^2\right)} \int_{R_1}^{R_2} \frac{1}{\xi^3} \left( \int_{R_1}^{\xi} g(\eta, t) \eta d\eta \right) d\xi.$$

Зная  $\sigma_r$ , из (4.12) определяем  $\sigma_{\theta}$ :

$$\sigma_{\theta}(r,t) = \sigma_{r}(r,t) + r \frac{d\sigma_{r}(r,t)}{dr}.$$
(4.25)

Для определения  $\sigma_z(r,t)$  по формуле (4.14) необходимо знать величину  $\varepsilon_z^*(t)$ . Подставляя (4.14) в (4.3), получаем уравнение относительно  $\varepsilon_z^*(t)$ , из которого следует, что

$$\varepsilon_{z}^{*}(t) = \frac{1}{E} \sigma_{z0} + \frac{2}{R_{2}^{2} - R_{1}^{2}} \int_{R_{1}}^{R_{2}} \left( q_{z}(r) + p_{z}(r,t) - \frac{\mu}{E} \left( \sigma_{r}(r,t) + \sigma_{\theta}(r,t) \right) \right) r dr.$$

Зная  $\varepsilon_z^*(t)$ , из (4.14) находим  $\sigma_z$ :

$$\sigma_{z}(r,t) = \left[\varepsilon_{z}^{*} - q_{z}(r) - p_{z}(r,t)\right]E + \mu\left[\sigma_{r}(r,t) + \sigma_{\theta}(r,t)\right].$$
(4.26)

Таким образом, соотношения (4.24)–(4.26) позволяют определить кинетику напряжений в полом цилиндрическом образце при ползучести, причём  $\sigma_i(r,0) = \sigma_i^{res}(r)$ , поскольку  $p_i(r,0) = 0$  ( $i \equiv r, \theta, z$ ).

При t > 0 деформации ползучести  $p_i(r,t)$   $(i \equiv r, \theta, z)$  рассчитываются по напряжениям  $\sigma_i(r,t)$  в соответствии с выбранной теорией ползучести по схеме сложного НДС. Вообще говоря, необратимые деформации ползучести можно рассчитывать по любой теории, адекватно описывающей экспериментальные данные по ползучести рассматриваемого материала.

В качестве замечания отметим следующее. Если требуется учесть ступенчатое изменение температуры с величины  $T = T_0$ , соответствующей процедуре упрочнения образца, до температуры  $T = T_1$ , соответствующей ползучести образца под действием растягивающей нагрузки, необходимо чисто формально повторить процедуру расчёта фиктивной ползучести, изложенную в главе 3. И далее на полученное поле остаточных напряжений наложить «рабочее» напряжение  $\sigma_{z0}$  (см. формулу (4.7)). Далее, начиная с формулы (4.7), алгоритм решения задачи ползучести повторяется дословно.

#### 4.3. Реологическая модель

Релаксация ОН происходит на фоне деформирования детали, обусловленного ползучестью. В формулах (4.9)–(4.26) фигурируют компоненты тензора деформаций ползучести  $p_i(r,t)$  ( $i \equiv r, \theta, z$ ) и их пространственные производные  $\frac{dp_i(r,t)}{dr}$  ( $i \equiv r, \theta, z$ ). Поэтому для решения краевой задачи релаксации ОН необходимо применить любую теорию ползучести, которая бы адекватно описывала экспериментальные данные для соответствующего материала. В настоящем диссертационном исследовании используется модель, которая была предложена и экспериментально апробирована в [86, 87]. Её запись для одноосного НДС в общем случае имеет вид:

$$\varepsilon(t) = e(t) + e^{p}(t) + p(t); \qquad (4.27)$$

$$e(t) = \frac{\sigma(t)}{E} ; \qquad (4.28)$$

$$\dot{e}^{p}(t) = \begin{cases}
0, \ \sigma(t) < \sigma_{np}, \\
\lambda \left[ a(\sigma(t) - \sigma_{np})^{n_{1}} - e^{p}(t) \right], \ a(\sigma(t) - \sigma_{np})^{n_{1}} > e^{p}(t), \\
0, \ a(\sigma(t) - \sigma_{np})^{n_{1}} \le e^{p}(t), \ \sigma(t) \ge \sigma_{np}; \\
p(t) = \sum_{k} u_{k}(t) + \sum_{k} v_{k}(t) + w(t); \\
\dot{u}_{k}(t) = \lambda_{k} \left[ a_{k} \left( \frac{\sigma(t)}{\sigma_{*}} \right)^{n_{2}} - u_{k}(t) \right]; \\
\dot{v}_{k}(t) = \begin{cases}
\lambda_{k} \left[ b_{k} \left( \frac{\sigma(t)}{\sigma_{*}} \right)^{n_{2}} - v_{k}(t) \right], \ b_{k} \left( \frac{\sigma(t)}{\sigma_{*}} \right)^{n_{2}} > v_{k}(t), \\
0, \ b_{k} \left( \frac{\sigma(t)}{\sigma_{*}} \right)^{n_{2}} \le v_{k}(t); \end{cases}$$
(4.29)
(4.29)

$$\dot{w}(t) = c \left(\frac{\sigma(t)}{\sigma_*}\right)^{m_1};$$
  

$$\sigma(t) = \sigma^0(t) (1 + \omega(t)); \qquad (4.31)$$

$$\dot{\omega}(t) = \alpha(\sigma^0)\sigma(t)\dot{p}(t) + \gamma(e^p)\sigma(t)\dot{e}^p(t).$$
(4.32)

Здесь є – полная деформация; е и  $e^p$  – упругая и пластическая деформации соответственно; p – деформация ползучести; u, v, w – вязкоупругая, вязкопластическая и вязкая составляющие деформации ползучести соответственно;  $\sigma^0$  и  $\sigma$  – номинальное и истинное напряжения соответственно; E – модуль упругости;  $\lambda_k$ ,  $a_k$ ,  $b_k$ , c,  $n_2$ ,  $m_1$ ,  $\sigma_*$  – константы модели, описывающие первую и вторую стадии ползучести и её обратимую после снятия нагрузки часть;  $\gamma$  и  $\alpha$  – параметры модели, определяющие разупрочнение материала на пластической деформации и деформации ползучести соответственно; a,  $n_1$ ,  $\lambda$  – константы, описывающие деформации и сиаграмму мгновенного деформирования;  $\sigma_{np}$  – предел пропорциональности;  $\omega$  – скалярный параметр поврежденности.

В работах [86, 87] показано, что для аппроксимации величин γ и α можно использовать следующие степенные соотношения:

$$\gamma = \gamma \left(e^{p}\right)^{m_{2}}, \quad \alpha = \alpha \left(\sigma^{0}\right)^{m_{3}}.$$
 (4.33)

Для некоторых материалов показатели степени *m*<sub>2</sub> и *m*<sub>3</sub> равны нулю и эти величины являются константами.

В работе [87] применяется следующий критерий разрушения материала:

$$\int_{0}^{t_{*}} \frac{\sigma de^{p}}{A_{*}^{P}} + \int_{0}^{t_{*}} \frac{\sigma dp}{A_{*}^{c} \left(\sigma^{0}\right)} = 1, \qquad (4.34)$$

где  $A_*^p$  и  $A_*^C$  – критические величины работ напряжений на пластических деформациях и деформациях ползучести соответственно,  $t_*$  – время разрушения. Для аналитического представления величины  $A^{c}_{*}(\sigma^{0})$  использовалась следующая степенная функция:

$$A^{c}_{*}\left(\boldsymbol{\sigma}^{0}\right) = \boldsymbol{\alpha}_{A}\left(\boldsymbol{\sigma}^{0}\right)^{m_{A}}, \qquad (4.35)$$

где  $\alpha_A$  и  $m_A$  – константы материала.

Параметры модели (4.27)–(4.32) и критерия разрушения (4.34) определяются на основании диаграммы упругопластического деформирования и серии стационарных кривых ползучести вплоть до разрушения. Методика определения параметров на основании экспериментальных данных изложена в работе [87]. Там же отмечены преимущества модели (4.27)–(4.32) перед существующими одномерными теориями и приведены эффекты, которые эта модель описывает.

Согласно [87], феноменологическая модель неупругого деформирования и разрушения материала при сложном напряжённом состоянии со скалярным параметром повреждённости ω строится на основе обобщения одноосных соотношений (4.27)–(4.32). Основной вариант соотношений этой модели имеет вид [87]:

$$\varepsilon_{ij} = e_{ij} + e_{ij}^p + p_{ij}; \qquad (4.36)$$

$$e_{ij} = \frac{1+\mu}{E} \sigma_{ij} - \frac{\mu}{E} \delta_{ij} \sigma_{ss}; \qquad (4.37)$$

$$e_{vv}^{p} = \frac{3}{2}\beta_{vv}^{q} - \frac{1}{2}\left(\beta_{11}^{q} + \beta_{22}^{q} + \beta_{33}^{q}\right); \qquad (4.38)$$

$$\dot{\beta}_{vv}^{q} = \begin{cases} 0, \quad npu \left| \frac{3}{2} \sigma_{vv} - \frac{1}{2} \sigma^{0} \right| \leq \sigma_{np}, \\ \left\{ \lambda \left[ a \left( S - \sigma_{np} \right)^{n_{1}-1} \cdot B - \beta_{vv}^{q} \right], \quad [...] \cdot B > 0, \\ 0, \quad [...] \cdot B \leq 0, \quad npu \left| \frac{3}{2} \sigma_{vv} - \frac{1}{2} \sigma^{0} \right| > \sigma_{np}, \end{cases}$$

$$p_{ij} = u_{ij} + v_{ij} + w_{ij}; \qquad (4.40)$$

$$\dot{w}_{ij} = c \left(\frac{S}{\sigma^*}\right)^{m_1 - 1} \frac{1}{\sigma^*} \left(\frac{3}{2}\sigma_{ij} - \frac{1}{2}\delta_{ij}\sigma^0\right);$$
(4.41)

$$\begin{cases} u_{ij}(t) = \sum_{k} u_{ij}^{k}(t), \\ \dot{u}_{ij}^{k}(t) = \lambda_{k} \left\{ a_{k} \left( \frac{S}{\sigma^{*}} \right)^{n_{2}-1} \frac{1}{\sigma^{*}} \left[ (1 + \mu_{k}') \sigma_{ij} - \mu_{k}' \sigma^{0} \delta_{ij} \right] - u_{ij}^{k}(t) \right\}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_{vv}(t) = \lambda_{k} \left\{ v_{vv}^{k}(t), \\ v_{vv}^{k}(t) = (1 + \mu_{k}'') \beta_{vv}^{k}(t) - \mu_{k}'' \left( \beta_{11}^{k}(t) + \beta_{22}^{k}(t) + \beta_{33}^{k}(t) \right), \\ \dot{\beta}_{vv}^{k}(t) = \left\{ \lambda_{k} \left[ b_{k} \left( \frac{S}{\sigma^{*}} \right)^{n_{2}-1} \frac{\sigma_{vv}}{\sigma^{*}} - \beta_{vv}^{k}(t) \right], \quad [...] \sigma_{vv} > 0, \\ 0, \quad [...] \sigma_{vv} \le 0; \end{cases}$$

$$(4.43)$$

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^0 \left( 1 + \omega \right); \tag{4.44}$$

$$\dot{\omega} = \gamma(E_2)\sigma_{ij}e_{ij}^p + \alpha(S_0)\sigma_{ij}\dot{p}_{ij}. \qquad (4.45)$$

Здесь  $\varepsilon_{ij}$ ,  $e_{ij}^{p}$ ,  $p_{ij}^{p}$ ,  $p_{ij}^{p}$  – полная, упругая, пластическая деформации и деформация ползучести соответственно;  $u_{ij}$ ,  $v_{ij}$ ,  $w_{ij}^{p}$  – вязкоупругая, вязкопластическая и вязкая составляющие деформации ползучести;  $\sigma_{ij}^{0}$ ,  $\sigma_{ij}^{0}$  – соответственно компоненты истинного и номинального тензоров напряжений; E,  $\mu$  – упругие константы материала;  $E_2$ , S,  $S_0$  – соответственно интенсивности тензоров пластической деформации, истинных и номинальных напряжений; a,  $n_1$ ,  $\lambda$  – константы модели, описывающие диаграмму мгновенного упругопластического деформирования;  $\sigma_{np}^{p}$  – предел пропорциональности;  $\lambda_k$ ,  $a_k$ ,  $b_k$ , c,  $n_2$ ,  $m_1$ ,  $\sigma^*$  – константы модели, при помощи которых описываются первая и вторая стадии ползучести материала и её обратимая после разгрузки часть;  $\mu'_k$ ,  $\mu''_k$  – коэффициенты Пуассона для обратимой и необратимой компонент деформаций ползучести;  $\beta_{ij}^{q}$ ,  $\beta_{ij}^{k}$  – соответственно активные пластические и вязкопластические деформации, которые можно было бы наблюдать при отсутствии пуассоновского сужения материала;  $\gamma(E_2)$  и  $\alpha(S_0)$  задаются степенными зависимостями вида

$$\gamma(E_2) = \gamma_1 \cdot E_2^{m_2}, \ \alpha(S_0) = \alpha_1 \cdot S_0^{m_3}, \qquad (4.46)$$

где γ<sub>1</sub>, *m*<sub>2</sub>, α<sub>1</sub>, *m*<sub>3</sub> – постоянные модели, контролирующие процессы разупрочнения материала при деформации пластичности и ползучести соответственно. В формулах (4.39)–(4.42) введены следующие обозначения:

$$B = \left( \left| \frac{3}{2} \sigma_{vv} - \frac{1}{2} \sigma_0 \right| - \sigma_{np} \right) \cdot sign\left( \frac{3}{2} \sigma_{vv} - \frac{1}{2} \sigma^0 \right),$$

$$\sigma^0 = \sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}.$$
(4.47)

Расчёт пластической  $e_{ij}^p$  и вязкопластической  $v_{ij}$  деформаций осуществляется в главных осях, поэтому суммирование по индексу v в формулах (4.38), (4.43) и (4.47) не выполняется. Модель (4.36)–(4.47) описывает процесс неупругого деформирования с изотропным разупрочнением. При записи (4.36)–(4.47) использовалась гипотеза соосности тензоров напряжений и деформаций.

В работе [87] для прогнозирования времени разрушения материала *t*<sub>\*</sub> используется критерий разрушения энергетического типа

$$\Omega(t_*) = \int_0^{t_*} \frac{\sigma_{ij} de_{ij}^p}{A_*} + \int_0^{t_*} \frac{\sigma_{ij} dp_{ij}}{A_*^c(S_0)} = 1, \qquad (4.48)$$

где  $A_*$  и  $A^c_*(S_0)$  имеют тот же смысл, что и для соотношения (4.34), причём  $A^c_*$  также задаётся формулой (4.35) с заменой  $\sigma^0$  на интенсивность  $S_0$ .

Ввиду того, что одноосные испытания позволяют определить все параметры модели (4.36)–(4.47), её построение не связано с дополнительными экспериментальными затратами. Для некоторых материалов константы модели можно найти в работах [86, 87].

Следует отметить, что согласно (4.38) и (4.39) пластические деформации  $e_{ij}^{p}$  описываются аналогичными по структуре уравнениями, как и вязкопластическая компонента v деформации ползучести (4.43), т.е. пластические деформации также развиваются во времени. При этом величина  $\lambda \gg \max_{\lambda_{k}} \{\lambda_{k}\}$  и скорость деформации

пластичности на порядок превышает скорость деформации ползучести. Отсюда следует, что к моменту времени, когда пластическая деформация при заданном тензоре напряжений достигнет согласно (4.38) и (4.39) асимптотического значения, накопленная деформация ползучести будет пренебрежимо малой по сравнению с пластической деформацией, т.е.  $p_{ij}(t) \ll e_{ij}^{p}(t)$ . Такой подход к описанию пластических деформаций соответствует так называемым эндохронным теориям пластичности [44, 69]. Обоснованность применения такого подхода приведена в [86]. Соотношения (4.38) и (4.39) задают вариант теории пластичности без поверхности пластическую задачу упругопластического деформирования к задаче ползучести и с единых методологических позиций алгоритмизировать расчёт неупругой деформации, состоящей из склерономной (деформация пластичности) и реономной (деформация ползучести) компонент [5].

### 4.4. Расчёт релаксации остаточных напряжений в полом цилиндрическом образце и проверка адекватности модели экспериментальным данным

Целью данного пункта является, во-первых, реализация разработанной в пункте 4.2 методики расчёта релаксации остаточных напряжений в упрочнённом полом цилиндрическом образце в условиях ползучести и, во-вторых, проверка адекватности модели имеющимся в научной литературе экспериментальным данным. К сожалению, для полых цилиндрических образцов прямых экспериментальных исследований релаксации остаточных напряжений при осевом растяжении образца в условиях ползучести в научной литературе не имеется, однако в работе [79] приведены экспериментальные данные релаксации остаточных напряжений в полых цилиндрических образцах из сплавов B95 и Д16T в условиях термоэкспозиции при температуре T = 125 °C и длительности 100 часов (термоэкспозиция – это температурная выдержка без внешних усилий), т.е. фактически при-
водятся данные по релаксации остаточных напряжений вследствие ползучести, вызванной действием только самоуравновешенных остаточных напряжений.

1°. Рассмотрим сначала схему указанных экспериментальных исследований для полых цилиндрических образцов из сплава Д16Т, приведённую в [79], а затем реализацию методики для расчёта релаксации остаточных напряжений в этих образцах. Согласно [79], гладкие цилиндрические образцы из Д16Т с внешним диаметром  $D_1 = 15 \,\text{мм}$  и внутренним отверстием  $d = 5 \,\text{мм}$  упрочнялись на пневмодробеструйной установке при давлении воздуха 0,25 МПа; диаметр шариков при обдувке внешней поверхности образца составлял 1,5 ÷ 2 мм; время обработки поверхности – 10 сек. После пневмодробеструйной упрочняющей обработки часть образцов использовалась для определения наведённых остаточных напряжений после процедуры упрочнения по методу колец и полосок, изложенному в приложении 2, а оставшиеся упрочнённые образцы подвергались термоэкспозиции при температуре  $T = 125 \,^{\circ}\text{C}$  в течение 100 часов, затем охлаждались до комнатной температуры и далее определялись остаточные напряжения по той же самой методике. На рис. 4.1 приведены «экспериментальные» эпюры распределения остаточного осевого напряжения  $\sigma_z^{res} = \sigma_z^{res}(h)$  по глубине слоя  $h(h = R_2 - r, R_2 - r)$ внешний радиус образца, r  $(R_1 \le r \le R_2)$  – текущий радиус,  $R_1$  – внутренний радиус) непосредственно после процедуры упрочнения (сплошная линия) и после термоэкспозиции в течение 100 часов (штриховая линия).

Как следует из рисунка 4.1, в процессе термоэкспозиции наблюдается незначительная релаксация остаточных напряжений в образцах из сплава Д16Т.



Рис. 4.1. Экспериментальные диаграммы распределения  $\sigma_z^{res} = \sigma_z^{res}(h)$  в цилиндрическом образце из сплава Д16Т: 1 – после упрочнения; 2 – после термоэкспозиции

Выполним теперь теоретическое обоснование наблюдаемого в эксперименте процесса релаксации. Для реализации метода решения краевой задачи релаксации остаточных напряжений в условиях ползучести (пункт 4.2) необходимо иметь параметры реологической модели (4.36)–(4.48) для сплава Д16Т при T = 125 °C, которые определяются по результатам одноосных кривых ползучести. Однако ни в научных публикациях, ни в справочной литературе экспериментальных кривых ползучести для температуры T = 125 °C автором данной работы не обнаружено.

Но в работе [72] приведены экспериментальные данные по ползучести для Д16Т при T = 200 °C и T = 150 °C, в достаточно широком диапазоне изменения напряжений. Согласно [72], эксперименты проводились на круглых цилиндрических образцах диаметром  $10 \pm 0.01$ мм и длиной рабочей части  $100 \pm 0.1$ мм. Образцы изготавливались из прутков из сплава Д16Т диаметром 25мм в состоянии поставки, т.е. закалённых и естественно состаренных. Температура поддержива-

лась с точностью  $\pm 1 \div 1.5$  °C, а перепад температуры по длине рабочей части не превышал 1 °C.

Прогрев образцов до температуры испытания при  $150 \,^{\circ}$ C производился  $3 \div 4$  часа, а при температуре  $200 \,^{\circ}$ C –  $1.5 \div 2$  часа, после чего температура стабилизировалась. Нагружение образца производилось при  $T = 150 \,^{\circ}$ C через  $25 \div 4$  часа, а при  $200 \,^{\circ}$ C – через  $6 \div 2$  часа с момента включения печи. Приложение и снятие нагрузки производилось плавно. Измерения удлинения и контроль температуры осуществлялся через 3, 6, 12, 30, 60 минут с момента приложения нагрузки и затем через каждый час.

Анализ приведённой экспериментальной методики позволяет сделать вывод о её полном соответствии существующим нормам и ГОСТам. На рис. 4.2 и 4.3 приведены осреднённые значения деформации ползучести (точки) сплава Д16Т при T = 150 °C и T = 200 °C (соответственно) из работы [72].

Дальнейшая схема теоретических исследований заключалась в следующем. Строились модели одноосной ползучести (4.27)–(4.35) при температурах  $T = 150 \,^{\circ}\text{C}$  и  $T = 200 \,^{\circ}\text{C}$ , определялись параметры этих моделей, затем по полученным параметрам осуществлялась температурная экстраполяция параметров для  $T = 125 \,^{\circ}\text{C}$ , и таким образом строилась одноосная модель ползучести Д16T при  $T = 125 \,^{\circ}\text{C}$ , а значит, и модель при сложном напряжённом состоянии (4.36)–(4.48) (напомним, что параметры модели при сложном напряжённом состоянии определяются по результатам обработки одноосных кривых ползучести).

111



Рис. 4.2. Экспериментальные (точки) и расчётные (сплошные линии) кривые ползучести по модели (4.49) сплава Д16Т при T = 150 °C:  $1 - \sigma = 175$  МПа;  $2 - \sigma = 200$  МПа;  $3 - \sigma = 275$  МПа;  $4 - \sigma = 300$  МПа;  $5 - \sigma = 320$  МПа;  $6 - \sigma = 340$  МПа



Рис. 4.3. Экспериментальные (точки) и расчётные (сплошные линии) кривые ползучести по модели (4.49) сплава Д16Т при T = 200 °C:  $1 - \sigma = 40$  МПа;  $2 - \sigma = 80$  МПа;  $3 - \sigma = 120$  МПа;  $4 - \sigma = 140$  МПа;  $5 - \sigma = 160$  МПа

В таблице 4.1 приведены температурные зависимости для модуля Юнга E и технического предела текучести  $\sigma_{T}$  ( $\sigma_{0,2}$ ) при одноосном растяжении прутков прессованных (закалённых и естественно состаренных) из сплава Д16Т (согласно справочным данным [134]).

Таблица 4.1. Механические свойства образцов (прутков) из сплава Д16Т при высоких температурах

T, °C	20	100	150	200	250
Е, МПа	72000	66000	64000	61000	59000
$\mathbf{\sigma}_{_{\mathrm{T}}}$ ( $\mathbf{\sigma}_{0,2}$ ), МПа	530	490	440	410	260

Анализ данных таблицы 4.1 и напряжений, при которых получены кривые ползучести на рис. 4.2 и 4.3, свидетельствуют о том, что испытания на ползучесть выполнены в упругой области, поэтому в одноосной модели ползучести (4.27)– (4.35) пластическая компонента деформации должна отсутствовать, т.е.  $e^p = 0$ . Кроме этого, при данной длительности испытаний и уровне напряжений отсутствует третья стадия ползучести, поэтому параметр повреждённости в модели  $\omega = 0$ . Таким образом, модель ползучести должна включать описание лишь первой и второй стадий. Учитывая, что деформация ползучести для сплава Д16Т является практически необратимой (после полной разгрузки), то вязкоупругая компонента u = u(t) в модели также должна отсутствовать. В итоге, модель (4.27)– (4.35) сплава Д16Т при температурах 150°C и 200°C для деформации ползучести *p* принимает следующий частный вид:

$$p(t) = v(t) + w(t)$$

$$\begin{cases}
v(t) = \sum_{k=1}^{s} v_{k}(t), \\
\dot{v}_{k}(t) = \begin{cases}
\lambda_{k} \left[ b_{k} \left( \frac{\sigma}{\sigma^{*}} \right)^{n_{2}} - v_{k}(t) \right], b_{k} \left( \frac{\sigma}{\sigma^{*}} \right)^{n_{2}} > v_{k}, \\
0, \ b_{k} \left( \frac{\sigma(t)}{\sigma^{*}} \right)^{n_{2}} \le v_{k}; \\
\dot{w}(t) = c \left( \frac{\sigma(t)}{\sigma^{*}} \right)^{m_{1}}.
\end{cases}$$
(4.49)

Опишем методику определения параметров модели (4.49)  $\lambda_k$ ,  $b_k$ ,  $n_2$ , c,  $m_1$ ,  $\sigma^*$ . Согласно методу разделения деформации ползучести Ю. П. Самарина [102] сначала для каждого уровня напряжений выделяется вязкая компонента w(t), которой соответствуют прямолинейные участки кривых ползучести (см. схему на рис. 4.4), т.е.  $\dot{w}(t) = \text{const.}$  Затем по методу наименьших квадратов строится аппроксимация для  $\dot{w}(t) = c \left(\frac{\sigma}{\sigma^*}\right)^{m_1}$  и определяются параметры c и  $m_1$  (величина  $\sigma^*$  вводится для удобства и служит для обезразмеривания напряжения). Далее находятся значения вязкопластической компоненты v(t) для каждого напряжения по формуле v(t) = p(t) - w(t), при этом  $\lim_{t\to\infty} v(t) = v^{\infty}$ .

Практически асимптотические значения  $v^{\infty}$  достигаются, когда график p = p(t) становится прямолинейным.



Рис. 4.4. Схема разделения компонент деформации ползучести

Построение уравнений для v = v(t) основано на гипотезе подобия этих кривых при различных напряжениях и том, что при  $\sigma = \text{const}$  решение для v имеет вид:

$$v(t) = \sum_{k=1}^{s} b_k \left( 1 - e^{-\lambda_k t} \right) \left( \frac{\sigma}{\sigma^*} \right)^{n_2}.$$
(4.50)

Параметры  $b_k$  и  $\lambda_k$  в зависимости (4.50) определяются для одной из кривых v = v(t) при каком-либо фиксированном напряжении по методу выделения экспоненциальных слагаемых [101], а затем, используя гипотезу подобия кривых пол-

зучести  $v = v(\sigma, t)$ , методом наименьших квадратов определялся параметр нелинейности  $n_2$ .

Таким образом, при постоянных напряжениях аппроксимация кривых ползучести задаётся формулой

$$p(\sigma,t) = \sum_{k=1}^{s} b_k \left(1 - e^{-\lambda_k t}\right) \left(\frac{\sigma}{\sigma^*}\right)^{n_2} + c \left(\frac{\sigma}{\sigma^*}\right)^{m_1} t.$$
(4.51)

Применение описанной методики к кривым ползучести Д16Т при  $T = 150 \,^{\circ}\text{C}$ и  $T = 200 \,^{\circ}\text{C}$  показало, что для описания первой стадии ползучести достаточно одной экспоненты, а зависимости (4.51) для этих температур следующие:

 $- T = 200 \,^{\circ}\text{C}$ :

$$p(\sigma,t) = 5,38 \cdot 10^{-5} \left(1 - e^{-0.11t}\right) \left(\frac{\sigma}{10}\right)^1 + 1 \cdot 10^{-7} \left(\frac{\sigma}{10}\right)^{1.807} t; \qquad (4.52)$$

$$- T = 150 \,^{\circ}\text{C}:$$

$$p(\sigma,t) = 5,9 \cdot 10^{-7} \left(1 - e^{-0.11t}\right) \left(\frac{\sigma}{10}\right)^{1.82} + 8,2 \cdot 10^{-10} \left(\frac{\sigma}{10}\right)^{2.561} t; \qquad (4.53)$$

размерность σ в приведённых формулах – МПа.

Аппроксимации по формулам (4.52) и (4.53) приведены на рис. 4.2 и 4.3 сплошными линиями.

Таким образом, исходя из аппроксимаций (4.52) и (4.53), приведём параметры модели (4.49) для сплава Д16Т при указанных температурах, которые сведены в таблицу 4.2 (первые две строки).

Таблица 4.2. Значения параметров реологической модели (4.49) для сплава Д16Т при температурах 150 °С и 200 °С

<i>T</i> , ° <i>C</i>	$m_1$	<i>n</i> <sub>2</sub>	$\lambda_1$	$b_1$	С
150	2,561	1,82	0,32	$5,9 \cdot 10^{-7}$	$8,2 \cdot 10^{-10}$
200	1,807	1	0,32	$5,38 \cdot 10^{-5}$	$1 \cdot 10^{-7}$
125	2,934	2,23	0,32	$6,14 \cdot 10^{-8}$	$7,42 \cdot 10^{-11}$

Используя данные таблицы 4.2 при  $T = 200 \,^{\circ}$ С и  $T = 150 \,^{\circ}$ С, строилась температурно-временная экстраполяция параметров кривых ползучести, при этом для величин  $n_2$  и  $m_1$  использовалась линейная аппроксимация по температуре, а для параметров  $b_1$  и c – экспоненциальная зависимость. В итоге получена следующая интерполяционная формула:

$$p(\mathbf{\sigma}, t, T) = 7,79 \cdot 10^{-13} e^{0,0902T} \left(\frac{\mathbf{\sigma}}{10}\right)^{4,296-0,0165T} \left(1 - e^{-0,32t}\right) + + 4,5 \cdot 10^{-16} e^{0,0961T} \left(\frac{\mathbf{\sigma}}{10}\right)^{4,8218-0,0151T} t.$$
(4.54)

Теперь из формулы (4.54) не составляет труда определить аппроксимации кривых ползучести при  $T = 125 \,^{\circ}$ С. Подставляя  $T = 125 \,^{\circ}$ С. Подставляя  $T = 125 \,^{\circ}$ С.

$$p(\sigma,t) = 6,14 \cdot 10^{-8} \left(\frac{\sigma}{10}\right)^{2,23} \left(1 - e^{-0,32t}\right) + 7,42 \cdot 10^{-11} \left(\frac{\sigma}{10}\right)^{2,934} t.$$
(4.55)

Таким образом, зависимость (4.55) позволяет определить все параметры модели (4.49) при температуре  $T = 125 \,^{\circ}\text{C}$  для сплава Д16Т. Они представлены в третьей строке таблицы 4.2.

Для определения модуля Юнга использовалась температурная аппроксимация параметра E = E(t) на основе данных таблицы 4.1. В результате для модуля Юнга при температуре T = 125 °C получено значение E = 65465 МПа.

Теперь, зная все параметры реологической модели (4.49) для Д16Т при  $T = 125 \,^{\circ}$ С, можно решить краевую задачу для оценки кинетики остаточных напряжений в полом упрочнённом цилиндрическом образце в условиях термоэкспозиции при данной температуре по методике, изложенной в пункте 4.2, с учётом температурных эффектов (см. пункт 3.2).

Для восстановления первоначального напряжённо-деформированного состояния после процедуры упрочнения использовалась методика, изложенная в главе 2, а для аппроксимации величины  $\sigma_{\theta}^{res} = \sigma_{\theta}^{res}(r)$  использовалась формула (2.26):

$$\sigma_{\theta}^{res}(r) = \left(\sigma_0 - \sigma_1 \exp\left(-\frac{\left(R_2 - h^* - r\right)^2}{b^2}\right)\right) \cdot \left(r - R_1\right).$$
(4.56)

Используя экспериментальные данные (кривая 1 на рис. 4.1), определены параметры аппроксимации:  $\sigma_0 = 8,861$ МПа;  $\sigma_1 = 78,391$ МПа; b = 0,265 мм;  $h^* = 0,059$  мм. Далее по схеме (2.37) были рассчитаны все компоненты тензоров остаточных напряжений и остаточных пластических деформаций. На рис. 4.1 сплошной линией приведена теоретическая зависимость для компоненты  $\sigma_z^{res} = \sigma_z^{res}(h)$ , где  $h = R_2 - r$  – глубина слоя.

Имея начальное напряжённо-деформированное состояние в упрочнённом полом образце и реологическую модель ползучести (4.49) для сплава Д16Т при  $T = 125 \,^{\circ}$ С, численно реализована методика расчёта релаксации остаточных напряжений при температурной выдержке в течение 100 часов.

На рис. 4.5 показаны результаты расчёта в области наибольших (по модулю) напряжений сжатия для компоненты  $\sigma_z^{res} = \sigma_z^{res}(h)$ . Выполним анализ результатов расчёта.

После чисто температурного нагружения (предполагаем, что процесс прогрева образца произошёл «мгновенно») с T = 20 °C до T = 125 °C происходит «скачок» полей напряжений вследствие изменения модуля Юнга (кривая 2 на рис. 4.5), затем за счёт ползучести происходит релаксация остаточных напряжений и к моменту времени t = 100 часов эпюра остаточных напряжений имеет вид, отмеченный цифрой 3. Затем в результате температурного режима с T = 125 °C до T = 20 °C вновь происходит «скачок» эпюры и она принимает вид, отмеченный цифрой 4. Это и есть окончательное расчётное распределение остаточных напряжений  $\sigma_z^{res}$  после процедуры термоэкспозиции.



Рис. 4.5. Кинетика распределения напряжения  $\sigma_z^{res} = \sigma_z^{res}(h)$  сплава Д16Т в процессе термоэкспозиции: 1 – эпюра после процедуры упрочнения при t = 0 - 0 (T = 20 °C); 2 – эпюра после ступенчатого увеличения температуры при t = 0 + 0 (T = 125 °C); 3 – эпюра в момент времени t = 100 - 0 ч (T = 125 °C); 4 – эпюра после температурной разгрузки t = 100 + 0 ч (T = 20 °C). Значки – экспериментальные данные при t = 0 - 0 и t = 100 + 0 ч

Как следует из данных, представленных на рис. 4.5, наблюдается хорошее соответствие расчётных и экспериментальных данных (точки), что свидетельствует об адекватности методики пункта 4.2, с одной стороны, и о корректности использования справочного экспериментального материала о ползучести сплава Д16Т [134], с другой стороны.

2°. Выполним теперь аналогичное исследование для полых цилиндрических образцов ( $D_1 = 15$  мм, d = 5 мм) из сплава B95, упрочнённых также в режиме дробеструйной обработки по той же самой схеме, что и образцы из сплава Д16Т [79]. На рис. 4.6 приведены «экспериментальные» эпюры напряжений  $\sigma_z^{res} = \sigma_z^{res}(h)$  после процедуры упрочнения (кривая 1) и после термоэкспозиции (кривая 2) при T = 125 °C в течение 100 часов [79]. Здесь, в отличие от образцов из

сплава Д16Т, наблюдается существенная релаксация остаточных напряжений вследствие ползучести.

Выполним теоретическое обоснование данного факта. Поскольку в распоряжении автора данной работы не имеется прямых экспериментальных кривых ползучести при данной температуре, то вновь обратимся к независимым справочным экспериментальным данным. В работе [134] приведены зависимости для модуля Юнга и технического предела текучести  $\sigma_{T}$  ( $\sigma_{0,2}$ ) в зависимости от температуры, которые представлены в таблице 4.3.

Таблица 4.3. Механические характеристики сплава В95 в зависимости от температуры

T, °C	20	100	125	150	200
Е, МПа	70000	64500	63500	61500	57500
$σ_{_{\mathrm{T}}}$ ( $σ_{0,2}$ ), ΜΠα	550	500	490	400	310

Однако кривых ползучести ни при одной температуре в [134] не приведено, но имеется следующая экспериментальная информация для температур T = 100 °C и T = 150 °C: графики пределов ползучести по общей деформации 0,5%, 1%, 5% в координатах «напряжение – время» (т.е. известно напряжение и время, при котором деформация ползучести достигает указанных значений); графики пределов длительной прочности; графики времени начала третьей стадии ползучести при заданном напряжении. Используя эти характерные точки и применяя сглаживаюцие интерполяционные формулы, восстанавливались «экспериментальные» кривые ползучести для сплава В95 при T = 100 °C и T = 150 °C, которые сплошными линиями представлены на рис. 4.7 и 4.8.



Рис. 4.6. Экспериментальные зависимости  $\sigma_z^{res} = \sigma_z^{res}(h)$  для цилиндрических полых образцов из сплава В95 после процедуры упрочнения (1) и после термоэкспозиции при T=125°C в течение 100 часов (2)



Рис. 4.7. Восстановленные экспериментальные (сплошные линии) и расчётные (штриховые линии) кривые ползучести сплава B95 при T = 100 °C; цифры: напряжения в МПа:  $1 - \sigma_0 = 396$ ;  $2 - \sigma_0 = 408$ ;  $3 - \sigma_0 = 420$ ;  $4 - \sigma_0 = 444$ ;  $5 - \sigma_0 = 456$ 



Рис. 4.8. Восстановленные экспериментальные (сплошные линии) и расчётные (штриховые линии) кривые ползучести сплава B95 при T = 150 °C; цифры: напряжения в МПа:  $1 - \sigma_0 = 192$ ;  $2 - \sigma_0 = 216$ ;  $3 - \sigma_0 = 240$ ;  $4 - \sigma_0 = 264$ ;  $5 - \sigma_0 = 300$ ;  $6 - \sigma_0 = 324$ 

Для построения модели ползучести сплава B95 при каждой из температур также будем считать, что деформация ползучести является полностью необратимой. Поскольку кривые ползучести на рис. 4.7 и 4.8 имеют третью стадию, то модель ползучести для этого сплава будет иметь вид

$$p(t) = v(t) + w(t)$$

$$\begin{cases}
v(t) = \sum_{k=1}^{s} v_{k}(t), \\
\dot{v}_{k}(t) = \begin{cases}
\lambda_{k} \left[ b_{k} \left( \frac{\sigma}{\sigma^{*}} \right)^{n_{2}} - v_{k}(t) \right], b_{k} \left( \frac{\sigma}{\sigma^{*}} \right)^{n_{2}} > v_{k}, \\
0, \ b_{k} \left( \frac{\sigma}{\sigma^{*}} \right)^{n_{2}} \le v_{k}; \\
\dot{w}(t) = c \left( \frac{\sigma}{\sigma^{*}} \right)^{m_{1}}, \\
\sigma = \sigma_{0} \left( 1 + \omega(t) \right), \\
\dot{\omega}(t) = \alpha(\sigma_{0}) \left( \frac{\sigma}{\sigma^{*}} \right) \dot{p}(t),
\end{cases}$$
(4.57)

где  $\sigma_0$  и  $\sigma$  – соответственно номинальное и истинное напряжения; остальные обозначения соответствуют общей модели (4.27)–(4.35). Пластические деформации не учитываются, поскольку все напряжения на рис. 4.7 и 4.8 ниже предела текучести (см. табл. 4.3). В пределах первых двух стадий (по крайней мере, на их начальных участках) величина параметра повреждённости  $\omega$  незначительна, поэтому можно положить  $\sigma_0 \approx \sigma$  и для определения параметров модели (4.57)  $\lambda_k$ ,  $b_k$ ,  $n_2$ , c,  $m_1$  можно использовать такую же методику, как и при построении модели для сплава Д16Т; другими словами, параметры  $\lambda_k$ ,  $b_k$ ,  $n_2$ , c,  $m_1$  определяности.

Из графиков на рис. 4.7 и 4.8 следует, что на развитой стадии ползучести  $v(t) \ll w(t)$ , поэтому величиной v(t) можно пренебречь по сравнению с w(t) и в последнем соотношении (4.57) можно заменить p(t) на w(t). Другими словами, накопление повреждённости в материале связывается лишь с неограниченной вязкой компонентой деформации ползучести w = w(t). Тогда три последних уравнения при  $\sigma_0$  = const после интегрирования дают следующее соотношение:

$$w(t) = -\frac{1}{m_1 \alpha \left(\frac{\sigma_0}{\sigma^*}\right)} \ln \left| 1 - m_1 \alpha c \left(\frac{\sigma_0}{\sigma^*}\right)^{m_1 + 1} t \right|.$$
(4.58)

Выражение (4.58) используется для идентификации параметра  $\alpha$  при каждом фиксированном значении  $\sigma_0 = \text{const}$  (величины *с* и *m*<sub>1</sub> определены ранее (независимо) по начальным кривым установившейся ползучести). Для этого можно, например, потребовать, чтобы кривая ползучести проходила через последнюю точку графика с координатами (*p*\*,*t*\*). Тогда величина  $\alpha$  (при каждом  $\sigma_0 = \text{const}$ ) определяется из решения уравнения

$$w(t^{*}) = p(t^{*}) - v(t^{*}) = -\frac{1}{m_{1}\alpha \frac{\sigma_{0}}{\sigma_{*}}} \ln \left| 1 - m_{1}\alpha c \left( \frac{\sigma_{0}}{\sigma_{*}} \right)^{m_{1}+1} t \right|.$$
(4.59)

В случае необходимости для параметра α можно использовать аппроксимацию вида

$$\alpha = \alpha_1 \left(\sigma_0\right)^{m_{\alpha}},\tag{4.60}$$

либо принять гипотезу  $\alpha = \text{const}$ .

Приведём теперь результаты построения реологической модели (4.57) для сплава В95 при температурах T = 100 °C и T = 150 °C по описанной выше схеме. Используя лишь первоначальные участки кривых ползучести, определялись параметры степенной аппроксимации, скоростей ползучести (по прямолинейным участкам графиков), а затем параметры экспоненциальной аппроксимации первой стадии ползучести. В результате получены следующие аналитические зависимости первоначальных кривых ползучести:

– при T = 100 °C:

$$\dot{w} = 7 \cdot 10^{-29} \left(\frac{\sigma}{\sigma^*}\right)^{14,892};$$
$$v(t) = 2 \cdot 10^{-25} \left(\frac{\sigma}{\sigma^*}\right)^{13,689} \left(1 - e^{-0,32t}\right);$$

− при *T* =150°С:

$$\dot{w} = 3 \cdot 10^{-13} \left(\frac{\sigma}{\sigma^*}\right)^{6,0612};$$
$$v(t) = 2 \cdot 10^{-6} \left(\frac{\sigma}{\sigma^*}\right)^{2,224} \left(1 - e^{-0,32t}\right)$$

Из вышеприведённых формул следует, что в сумме для величин  $v_k$  в (4.57) достаточно одного слагаемого (s = 1), а величина  $\lambda_k$  не зависит от температуры.

Зная теперь величины  $\lambda_k$ ,  $b_k$ ,  $n_2$ , c и  $m_1$ , из решения уравнения (4.41) (напомним, что  $p^* = p(t^*)$ ,  $t^*$  – координаты последней точки на графике функции p = p(t)) определялось значение  $\alpha$  при каждом фиксированном значении номинального напряжения  $\sigma_0$ . Далее по полученным значениям строилась степенная аппроксимация (4.60), и её параметры приняли следующие значения: при  $T = 100 \,^{\circ}\text{C} - \alpha_1 = 0,0003$ ;  $m_{\alpha} = 0,574$ , а при  $T = 150 \,^{\circ}\text{C} - \alpha_1 = 13,725$ ;  $m_{\alpha} = -1,071$ .

Таким образом, все параметры модели (4.57) для сплава В95 при T=100°С и T=150°С определены и приведены в первых двух строках таблицы 4.4.

Таблица 4.4. Значения параметров модели для сплава В95 в зависимости от температуры

<i>T</i> , ° <i>C</i>	S	$\lambda_1$	$b_1$	$n_2$	С	$m_1$	$\alpha_1$	$m_{\alpha}$
100	1	0,32	$2 \cdot 10^{-25}$	13,689	$7 \cdot 10^{-29}$	14,892	0,0003	0,574
150	1	0,32	$2 \cdot 10^{-6}$	2,224	$3 \cdot 10^{-13}$	6,0612	13,725	-1,071
125	1	0,32	6,3·10 <sup>-16</sup>	7,956	4,58·10 <sup>-21</sup>	10,477	0,067	-0,248

Теоретические кривые ползучести, рассчитанные по модели (4.57) с параметрами из таблицы 4.4, приведены штриховыми линиями на рис. 4.7 (T = 100 °C) и на рис. 4.8 (T = 150 °C). В целом наблюдается соответствие расчётных и экспериментальных кривых ползучести.

Для получения параметров модели ползучести (4.57) для данного сплава при  $T=125^{\circ}C$  вспомним температурную интерполяцию на основании данных таблицы 4.4. Для параметров  $b_k$ , c,  $\alpha_1$  использовалась экспоненциальная аппроксимация по температуре, а для показателей нелинейности  $n_2$ ,  $m_1$  и параметра  $m_{\alpha}$  – линейная аппроксимация, величина  $\lambda_k$  полагалась независящей от температуры (отметим, что аналогичные классы функций использовались при построении модели неизотермической ползучести сплава ЖС6КП в [96], и получено хорошее соответствие расчётных и экспериментальных данных).

В результате обработки данных таблицы 4.4 получены следующие аппроксимации для  $100 \le T \le 150$ :

$$c(T) = 3,081 \cdot 10^{-60} e^{0,72T},$$
  

$$b_k(T) = 2 \cdot 10^{-63} e^{0,875T},$$
  

$$m_1(T) = 32,55 - 0,177T,$$
  

$$n_2(T) = 36,62 - 0,229T,$$
  

$$\alpha_1(T) = 1,43 \cdot 10^{-13} e^{0,215T},$$
  

$$m_{\alpha}(T) = 3,864 - 0,0329T.$$

Подставляя теперь в полученные аппроксимации T = 125, определяем параметры модели ползучести B95 при температуре T = 125 °C, которые приведены в таблице 4.4 в третьей строке.

Имея теперь реологическую модель для сплава B95 при  $T = 125 \,^{\circ}$ C, решалась краевая задача о релаксации остаточных напряжений в полом упрочнённом цилиндрическом образце в условиях термоэкспозиции длительностью 100 часов на основе изложенной в пункте 4.2 методики. Результаты расчётов для компоненты  $\sigma_{z}^{res} = \sigma_{z}^{res}(h)$  представлены на рис. 4.9.

Аналогично случаю сплава Д16Т восстановление напряжённодеформированного состояния после процедуры упрочнения было выполнено по методике главы 2, при этом параметры аппроксимации (4.56) определены с использованием экспериментальных данных при t = 0 - 0 (значки на рис. 4.9) и их значения следующие:  $\sigma_0 = 6,792$  МПа;  $\sigma_1 = 77,628$  МПа; b = 0,189 мм;  $h^* = 0,059$  мм.

126



Рис. 4.9. Кинетика распределения напряжений  $\sigma_z^{res} = \sigma_z^{res}(h)$  сплава B95 в процессе термоэкспозиции: 1 – эпюра после процедуры упрочнения при t = 0 - 0 (T = 20 °C); 2 – эпюра после ступенчатого увеличения температуры при t = 0 + 0 (T = 125 °C); 3 – эпюра в момент времени t = 100 - 0 ч (T = 125 °C); 4 – эпюра после температурной разгрузки t = 100 + 0 ч (T = 20 °C). Значки – экспериментальные данные при t = 0 - 0 и t = 100 + 0 ч

Реализация схемы (2.37) позволила определить все компоненты тензора остаточных напряжений и остаточных деформаций. На рис. 4.9 график 1 соответствует теоретической зависимости  $\sigma_z^{res} = \sigma_z^{res}(h)$ , значки – экспериментальные данные. График 2 соответствует распределению этой величины после чисто температурного нагружения на «нулевом» отрезке [0-0; 0+0] с T = 20 °C до T = 125 °C (за счёт изменения модуля Юнга), кривая 3 – распределение после ползучести под действием самоуравновешенных напряжений в течение t = 100 часов при T = 125 °C, а кривая 4 – величина  $\sigma_z^{res} = \sigma_z^{res}(h)$  после температурной разгрузки на «нулевом» отрезке времени [100-0; 100+0] (напомним, что мы предполагаем «мгновенное» изменение температуры с T = 125 °C до T = 20 °C), которая и задаёт финальное распределение этой компоненты после термоэкспозиции. Сравнение теоретической кривой 4 (см. рис. 4.9) с экспериментальными данными (точки) даёт их некоторое расхождение. Однако результаты расчёта нужно признать удовлетворительными по отношению к экспериментальным данным, поскольку, вопервых, информация о кривых ползучести заимствована из независимых источников (а хорошо известно, что кривые ползучести из разных партий образцов могут существенно различаться), во-вторых, модель ползучести при температуре  $T = 125 \,^{\circ}$ С получена соответствующей температурной интерполяцией с данных при  $T = 100 \,^{\circ}$ С и  $T = 150 \,^{\circ}$ С.

Проведённые исследования (хотя и в частном случае термоэкспозиции) свидетельствуют об адекватности метода решения краевой задачи релаксации остаточных напряжений в полом упрочнённом цилиндрическом образце и применимости его в расчётной практике.

#### 4.5. Теоретическое и экспериментальное исследование влияния

## растягивающей нагрузки на релаксацию остаточных напряжений в сплошном упрочнённом цилиндрическом образце в условиях ползучести

Ввиду значительного влияния приложенной продольной силовой нагрузки на скорость релаксации ОН в условиях ползучести была поставлена задача: выполнить экспериментальное и теоретическое исследование этого влияния. Эта задача была решена на примере теоретического и экспериментального исследования ползучести сплошного поверхностно упрочнённого цилиндрического образца из сплава ЖС6КП при T = 800 °C при действии растягивающей нагрузки.

Опишем сначала экспериментальную часть работы, которая выполнялась на ОАО «Кузнецов» (г. Самара).

Образцы из сплава ЖС6КП имели форму и размеры, представленные на рис. 4.10. Выбранная форма обеспечивала возможность определения остаточных напряжений после процедуры упрочнения, выдержки при повышенных температурах и испытаний на ползучесть при растяжении. Заготовки для образцов вырезались из прутка и подвергались термообработке: нагревались при температуре 1220 °C в течение четырёх часов с последующим охлаждением на воздухе, затем



Рис. 4.10. Образец для испытаний из сплава ЖС6КП

выполнялось старение при температуре 950 °C в течение двух часов и охлаждение на воздухе. После этого проводилась предварительная и окончательная токарная обработка рабочей части цилиндрической части образца, припуск на шлифование составлял 0,4 мм, при этом выдерживалась шероховатость поверхности с  $R_a = 0.32 \div 0.63$  мкм. Припуск на полировку составлял 0,006 мм. При полировании на окончательную доводку оставлялось 0,03 мм. После полирования образцы подвергались термообработке – нагреванию при температуре 950 °C в течение 4 часов, затем – охлаждению на воздухе. Последняя операция – финишное полирование, при котором шероховатость поддерживалась с  $R_a = 0.32$  мкм. При такой технологии исключается возникновение остаточных технологических напряжений.

Для наведения ОН в поверхностном слое образцов использовалась процедура пневмодробеструйной обработки поверхности микрошариками диаметром 160-200 мкм из материала ШХ-15 со следующими параметрами: давление воздуха – 0,3 МПа, скорость полёта микрошариков – 76 м/сек, время упрочнения – 45 сек. Процедура упрочнения выполнялась при комнатной температуре T = 26 °C.

Остаточные напряжения определялись методом колец и полосок, основы которого изложены в работах [9, 32, 33], а дальнейшее развитие он получил в публикациях [80, 91]. Для лучшего понимания метода колец и полосок основные его теоретические положения приведены в Приложении 2 диссертации. Упрочнённый образец рассверливался, из него изготовлялись втулки, из которых затем вырезались кольца и полоски вдоль образующей втулки. Сразу после вырезки у полосок измерялся прогиб, а у колец после разрезки – изменение диаметра. Далее электрохимическим полированием проводилось удаление (стравливание) наружных слоёв колец и полосок с параллельным измерением изменения диаметра и прогиба у последних. Измеренные геометрические величины служили для оценки величины окружных и осевых остаточных напряжений по методике, детально изложенной в [32, 80, 91] (см. также Приложение 2).

Ещё раз отметим, что здесь (а также ранее и далее в тексте) под «экспериментальными» значениями остаточных напряжений понимаются расчётные их значения, определённые через экспериментальные значения изменения диаметра разрезанного кольца и прогиба полосок, которые изменяются в процессе травления упрочнённой поверхности. Поэтому, строго говоря, вместо термина «экспериментальные значения напряжений» лучше использовать терминологию «расчётно-экспериментальные значения напряжений».

Результаты определения ОН для осевой компоненты  $\sigma_z^{res} = \sigma_z^{res}(h)$ , h – толщина слоя, после обработки микрошариками, усреднённые по 3 образцам, приведены на рис. 4.11 точками. Напомним, что при пневмодробеструйной обработке величины остаточных напряжений  $\sigma_z^{res}$  и  $\sigma_{\theta}^{res}$  после процедуры упрочнения практически совпадают.



Рис. 4.11. Эпюры остаточных напряжений  $\sigma_z^{res}$  в сплошном цилиндрическом образце радиуса a = 3.76 мм при термоэкспозиции в течение 50 часов при T = 800 °C (растягивающая нагрузка N = 0): 1 – расчётные и экспериментальные (точки) значения после процедуры упрочнения в момент времени t = 0 - 0 при T = 26 °C; 2 – расчётные значения после температурной нагрузки в момент времени t = 0 + 0 при T = 800 °C; 3 – расчётные значения после ползучести при температурной нагрузке T = 800 °C в момент времени t = 50 - 0 ч; 4 – расчётные значения после температурной разгрузки при T = 26 °C в момент времени t = 50 + 0 ч

Экспериментальное исследование релаксации ОН вследствие ползучести в упрочнённых микрошариками образцах при температуре 800 °C осуществлялось растягивающих распределённых нагрузках  $N = 150 \text{ M}\Pi a$ при осевых И N = 250 МПа в течение 50 и 200 часов в высокотемпературной печи. При этом в момент времени 50 часов определялось распределение остаточных осевых напряжений по всей глубине упрочнённого слоя, а в момент времени 200 часов определялись только максимальные (по модулю) величины сжимающих напряжений на поверхности образца. Следует отметить, что определение ОН после выдержек при температуре 800 °С производилось после температурной разгрузки, т.е. после их охлаждения до комнатной температуры. На рис. 4.12 точками приведены экспериментальные данные распределения осевой компоненты тензора напряжений  $\sigma_{z}$ по глубине упрочнённого слоя после ползучести в течение 50 часов при растягивающих нагрузках 150 МПа (рис. 4.12, *a*) и 250 МПа (рис. 4.12, *б*). Ниже приведены экспериментальные значения максимальных по модулю остаточных напряжений  $\sigma_z$  на поверхности цилиндрического образца радиуса *a* = 3.76 мм (см. рис. 4.10):

при выдержке 50 часов и $N = 150$ МПа	-370 MПа;
при выдержке 50 часов и $N = 250$ МПа	—470МПа;
при выдержке 200 часов и <i>N</i> =150 МПа	—280 МПа;
при выдержке 200 часов и <i>N</i> = 250 МПа	-300 МПа.

Как следует из приведённых данных и анализа рис. 4.12, постоянная нагрузка замедляет релаксацию остаточных напряжений. Этот результат нетривиальный, и, по всей видимости, связан с тем, что на самоуравновешенное поле ОН после упрочнения накладываются так называемые «рабочие» напряжения, вызванные приложенной нагрузкой. Однако однозначные выводы можно сделать лишь в результате глубокого теоретического анализа данной проблемы. Поэтому дальнейшей целью данного пункта диссертации является исследование рассматриваемого процесса релаксации на основе метода, разработанного и апробированного в [92, 94].

Итак, рассматривается сплошной цилиндрический образец радиуса a, в поверхностном слое которого пневмодробеструйной обработкой наведены поля ОН и пластических деформаций при нормальной температуре  $T_0$ . Затем образец нагревается до температуры  $T_1$  (рассматривается установившееся стационарное температурное поле цилиндрического образца). Задача решается в стандартной цилиндрической системе координат r,  $\theta$ . z. Через  $\sigma_r^{res}$ ,  $\sigma_{\theta}^{res}$ ,  $\sigma_z^{res}$  обозначим радиальное, окружное и осевое ОН, а через  $q_r$ ,  $q_{\theta}$ ,  $q_z$  – соответствующие компоненты тензора остаточных пластических деформаций после процедуры упрочнения. Методика восстановления полной картины НДС цилиндра по частично известной информации разработана в [93, 94, 105, 110], а схема определения всех компонент ОН и пластических деформаций имеет вид (1.11).



Рис. 4.12. Эпюры остаточных напряжений  $\sigma_z^{res}$  при температурной ( $T = 800 \,^{\circ}$ C) и силовой ( $a - N = 150 \,\text{МПа}, \, 6 - N = 250 \,\text{МПа}$ ) нагрузках: 1 – расчётные и экспериментальные (точки) значения после процедуры упрочнения при  $T = 26 \,^{\circ}$ C в момент времени t = 0 - 0; 2 – расчётные значения после температурной нагрузки при  $T = 800 \,^{\circ}$ C в момент времени t = 0 + 0; 3 – расчётные значения после температурно-силовой нагрузки при  $T = 800 \,^{\circ}$ C в момент времени t = 0 + 0; 3 – расчётные значения после температурно-силовой нагрузки при  $T = 800 \,^{\circ}$ C в момент времени  $t = 50 - 0 \,^{\circ}$ ; 5 – расчётные значения после силовой разгрузки при  $T = 800 \,^{\circ}$ C и  $N = 0 \,^{\circ}$ MПа в момент времени  $t = 50 + 0 \,^{\circ}$ ; 6 – расчётные значения после температурно-силовой разгрузки при  $T = 26 \,^{\circ}$ C и  $N = 0 \,^{\circ}$ MПа в момент времени  $t = 50 + 0 \,^{\circ}$ ; 6 – расчётные значения после

После наведения в поверхностном слое ОН и пластических деформаций температура T цилиндрического образца повышается от  $T_0$  до величины  $T_1$ , причём  $T_1 \gg T_0$ . Как и ранее, будем предполагать, что при повышении температуры в поверхностно упрочнённом слое цилиндрического образца не возникают дополнительные пластические деформации за счёт температурного разупрочнения характеристик пластичности материала. Обозначим через  $E_0$  модуль Юнга при температуре  $T_0$ , через  $E_1$  – при температуре  $T_1$ . Очевидно, что  $E_1 < E_0$ , т.е. при нагреве произойдёт скачок модуля упругости материала. В такой постановке задача расчёта перераспределения полей ОН и упругих деформаций в поверхностном слое упрочнённой детали, обусловленного «упругим» скачком, решена автором данного диссертационного исследования, а методика её решения приведена в главе 3. Реализация этого метода позволяет найти компоненты тензора ОН  $\sigma_i^{res}$ , i = r,  $\theta$ , *z*, в момент времени t = 0 + 0 при температуре  $T_1$  (условно считаем, что прогрев цилиндрического образца произошёл мгновенно).

Для теоретического анализа результатов рассматриваемых в данном пункте экспериментальных исследований выполнен численный расчёт кинетики ОН в упрочнённом цилиндрическом образце из сплава ЖС6КП при температуре 800 °C в процессе ползучести при действии растягивающих распределённых нагрузок 150 и 250 МПа, а также в условиях термоэкспозиции (N = 0). В качестве реологической модели использовался вариант установившейся ползучести вида

$$\dot{p}_{ij} = \frac{3}{2}cS^{m-1}\left(\boldsymbol{\sigma}_{ij} - \frac{1}{3}\boldsymbol{\delta}_{kk}\boldsymbol{\sigma}_{ij}\right),\tag{4.61}$$

где  $p_{ij}$ ,  $\sigma_{ij}$  – компоненты тензоров напряжений и деформаций ползучести соответственно; *S* – интенсивность напряжений; *c* и *m* – параметры. Для идентификации параметров модели (4.61) и реализации численной процедуры решения задачи ползучести упрочнённого образца необходимо иметь экспериментальные данные по ползучести сплава ЖС6КП при температуре 800 °C. Однако в опубликованной научной литературе такие данные имеются лишь для температур 900, 950 и 1000 °C [6, 48], на основании которых в [96] построена стохастическая модель неизотермической ползучести для данного материала. Пренебрегая первой стадией экспериментальных кривых ползучести (в силу её малости) и учитывая, что третья стадия на интервале времени от 0 до 50 часов отсутствует, на основании экстраполяции соответствующих температурных зависимостей для математических ожиданий параметров *c* и *m* модели (4.61) определены их численные значения для *T* = 800 °C: *c* = 5.454 · 10<sup>-29</sup> (МПа)<sup>-m</sup>; *m* = 9.815.

Для аналитического представления окружной компоненты тензора ОН использовалась аппроксимация (1.14). Поскольку в рассматриваемом случае имеются экспериментальные данные для компоненты  $\sigma_z^{res}(r)$ , а для компоненты  $\sigma_{\theta}^{res}(r)$  они отсутствуют, то параметры аппроксимации (1.14) варьировались с целью достижения минимума функционала среднеквадратичного отклонения расчётных значений  $\sigma_z^{res}$  от экспериментальных (точки на рис. 4.11). При этому контролировалось выполнение условия самоуравновешенности эпюры окружной компоненты тензора ОН (1.13). В результате получены следующие значения параметров аппроксимации (1.14):  $\sigma_0 = 19,3$  МПа;  $\sigma_1 = 1019,3$  МПа; b = 0,08 мм;  $\Delta_z = 1,12$  %.

На рис. 4.11 линия 1 соответствует данным расчёта величины  $\sigma_z^{res} = \sigma_z^{res}(h)$ (h = a - r – глубина упрочнённого слоя) согласно схемы (1.11) после процедуры упрочнения, т.е. в момент времени t = 0 - 0. Здесь же приведены данные расчёта после температурной нагрузки (линия 2) в момент времени t = 0 + 0, после ползучести при температуре 800 °C в условиях термоэкспозиции (N = 0) (линия 3) в момент времени t = 50 - 0 ч и после разгрузки до нормальной температуры (26 °C) (линия 4) в момент времени t = 50 + 0 ч. В расчётах использовались следующие значения для модуля Юнга:  $E_0 = 2 \cdot 10^5$  МПа при температуре 26 °C,  $E_1 = 1,492 \cdot 10^5$  МПа при температуре 800 °C. Коэффициент Пуассона  $\mu$  брался равным 0,3.

Аналогичная информация для растягиваемых осевыми распределёнными нагрузками 150 и 250 МПа цилиндрических образцов представлена на рис. 4.12.

Сравнивая финальные расчётные эпюры распределения  $\sigma_z^{res}(h)$  на рис. 4.11 (линия 4) и на рис. 4.12 (линия 6), вновь можно отметить, что с теоретических позиций приложение осевой растягивающей нагрузки замедляет процесс релаксации ОН в условиях ползучести (по крайней мере, на исследованных временных интервалах и при заданных значениях растягивающей нагрузки). Следует отметить и удовлетворительное соответствие расчётных и экспериментальных данных для ОН после ползучести в течение 50 часов (с учётом температурной экстраполяции для параметров *c* и *m* в соотношениях (4.61)). Более глубокое понимание отмеченного эффекта дают расчётные данные для величины максимального (по модулю) значения  $\sigma_z^{res}$  на поверхности цилиндрического образца вследствие ползучести, представленные на рис. 4.13. Для рассматриваемого случая при относительно небольших значения растягивающей нагрузки (100 ÷ 200 МПа) действительно наблюдается замедление скорости релаксации напряжений по сравнению с вариантом чистой термоэкспозиции (N = 0), а для нагрузок большей интенсивности (250 ÷ 300 МПа) замедление скорости релаксации наблюдается лишь на начальных участках временного интервала, а при больших временах скорость релаксации напряжений становится большей по сравнению со случаем термоэкспозиции.



Рис. 4.13. Релаксация остаточных напряжений  $\sigma_z^{res} = \sigma_z^{res}(a)$  на поверхности цилиндрического образца вследствие ползучести при распределённой растягивающей нагрузке N: 1 - N = 0; 2 - N = 150 МПа; 3 - N = 250 МПа; 4 - N = 300 МПа; значки – экспериментальные данные

Таким образом, релаксация ОН в поверхностно-упрочнённом слое цилиндрического образца при действии растягивающей нагрузки в условиях ползучести носит сложный характер и, во-первых, определяется начальным НДС после процедуры упрочнения, во-вторых, носит «немонотонный» характер в зависимости от приложения и длительности растягивающей нагрузки.

Материал настоящего пункта диссертационной работы изложен в соответствие с работой автора [127].

#### 4.6. Выводы по главе 4

- Разработан прямой метод решения краевой задачи о релаксации ОН для полого цилиндрического образца в условиях ползучести, находящегося под действием растягивающей нагрузки, с учётом анизотропии поверхностного пластического упрочнения.
- Выполнена апробация прямого метода решения краевой задачи о релаксации ОН в упрочнённом полом цилиндрическом образце на основании экспериментальных данных для образцов из сплавов Д16Т и В95 при температуре T = 125 °C.
- 3. Выполнено экспериментальное и теоретическое исследование влияния растягивающей нагрузки на релаксацию ОН в сплошном упрочнённом цилиндрическом образце из сплава ЖС6КП в условиях ползучести при температуре 800 °C. Экспериментально исследовано распределение осевой компоненты тензора ОН по глубине упрочнённого слоя после процедуры упрочнения пневмодробеструйной обработкой микрошариками и после ползучести при *T* = 800 °C в течение 50 и 200 часов при действии растягивающей нагрузки в 150 и 250 МПа. Выполнен детальный теоретический анализ поставленной задачи. Наблюдается соответствие расчётных и экспериментальных значений ОН для всех режимов нагружения.
- Для сплошных цилиндрических образцов показано, что при небольших значениях растягивающей нагрузки наблюдается замедление скорости релаксации по сравнению со случаем чистой термоэкспозиции (отсут-

ствие растягивающей нагрузки), а при увеличении интенсивности нагрузки скорость релаксации напряжений становится большей по сравнению с вариантом термоэкспозиции.

5. Кривые релаксации ОН в поверхностно упрочнённом слое цилиндрического образца при действии растягивающей нагрузки в условиях ползучести носит «немонотонный» характер в зависимости от величины растягивающей нагрузки и длительности её действия.

# Глава 5. Программное и информационное обеспечение методов решения задач механики анизотропно упрочнённых цилиндрических изделий при ползучести

Рассматриваемые в данном диссертационном исследовании задачи механики упрочнённых конструкций требуют применения математического аппарата и численных методов, что не всегда удобно использовать вручную. В частности, определение параметров аппроксимаций (1.12) и (2.26) для окружной компоненты тензора ОН требует численного решения уравнений с использованием специальной функции ошибки (см. главы 1, 2). Кроме этого, численная реализация прямого метода решения краевой задачи релаксации ОН в условиях ползучести сталкивается с существенными трудностями, основными из которых являются:

- большие градиенты напряжений (до двух-трёх порядков) в достаточно малой области, составляющей 100-400 мкм, что приводит к крайне неравномерной сетке по пространственной и временной координатам и большому числу дискретных элементов;
- решение задачи ползучести «шагами» по времени с малым шагом дискретизации временной координаты и использованием многократно итерационного алгоритма.

Эти факты, а также острая нелинейность определяющих уравнений ползучести, являются источниками неустойчивости вычислительного процесса, что требует тщательного выбора шага интегрирования по пространственным и временным координатам.

Большой объём вычислений, необходимый для решения описанных задач, требует разработки средств автоматизации расчётов и эффективного использования ресурсов ЭВМ. Поэтому одной из задач настоящего диссертационного исследования является разработка программного обеспечения, автоматизирующего решение краевых задач механики анизотропно упрочнённых цилиндрических изделий в условиях ползучести.

14.10.2013 разработанная автором диссертации программа для ЭВМ «STRE-LAX» [164] была внесена в Реестр программ для ЭВМ, регистрационный номер №2013619758. STRELAX автоматизирует следующие задачи:

- восстановление полной картины НДС сплошных и полых цилиндрических образцов после анизотропного упрочения по частично известной экспериментальной информации;
- уточнение параметров аналитического представления окружной компоненты тензора ОН, минимизирующее отклонение расчётных значений от экспериментальных (минимизация функционала (2.38));
- решение краевой задачи релаксации ОН при эксплуатации цилиндрического изделия в условиях ползучести (силовое и температурное нагружение).

В 2014 году была зарегистрирована ещё одна программная разработка Т-jump (регистрационный № 2014614005) [165]. Эта программа реализует методику, разработанную автором диссертации и изложенную в главе 3, т.е. позволяет оценить перераспределение полей ОН и упругих деформаций вследствие изменения модуля упругости материала, обусловленного «мгновенным» нагревом изделия.

Ввиду того, программа T-jump выполняет некоторые промежуточные расчёты (между восстановлением НДС после упрочнения и расчётом кинетики OH), то она полностью интегрирована в комплекс STRELAX. Поэтому здесь и далее под STRELAX будет подразумеваться весь комплекс программного обеспечения вместе с модулем, зарегистрированным под названием T-jump.

### 5.1. Описание программного комплекса

Разработанный программный комплекс STRELAX предназначен для выполнения следующих задач:

- оцифровка экспериментальных данных, то есть приведение графической информации об эпюрах ОН к табличному виду;
- расчёт параметров аппроксимации для окружной компоненты тензора ОН с обеспечением минимального отклонения расчётных значений от экспериментальных;
- восстановление полной картины НДС в анизотропно упрочнённых сплошных и полых цилиндрических образцах по частично известной экспериментальной информации (одна или две эпюры ОН) с учётом параметра анизотропии α (см. формулу (2.8));
- расчёт перераспределения начальных полей ОН и упругих деформаций при нагреве образца, вызывающем изменение модуля упругости материала;
- решение краевой задачи релаксации ОН в условиях ползучести при одновременном температурном и силовом нагружениях.

Оцифровка экспериментальных данных выполняется в программе g3data, распространяемой по лицензии GPL (General Public License). В результате получается текстовый файл с парами значений (глубина, величина напряжений), экспорт которого реализован в STRELAX. Загруженные значения отображаются в табличном и графическом видах, как представлено на рисунке 5.1.



Рис. 5.1. Экспериментальные значения ОН в программном комплексе STRELAX: табличное (пары чисел) и графическое (значки на графике) представления

После ввода экспериментальных значений ОН (что не обязательно, так как требуется только для минимизации отклонения расчёта от эксперимента) задаются параметры образца (тип: сплошной или полый цилиндр; радиусы: внутренний и внешний; модули упругости: при температуре упрочнения и после нагрева; коэффициент Пуассона) и две точки на эпюре окружных ОН:

1) глубина и значение локального максимума по модулю:  $h^*$  и  $\sigma^*$ ;

2) глубина обнуления эпюры  $h_0: \sigma_{\theta}^{res}\Big|_{h=h_0} = 0$ .

Если требуется решить задачу о релаксации ОН с течением времени, необходимо также задать параметры, адекватно описывающие кривые ползучести для рассматриваемого образца.

Далее выбором соответствующего пункта можно последовательно решить следующие задачи:

1) восстановить НДС образца;

- рассчитать перераспределение начальных ОН и упругих деформаций при нагреве;
- 3) рассчитать кинетику ОН в условиях ползучести.

После расчётов интерфейс пользователя позволяет рассмотреть НДС образца в любой момент времени, в том числе, до и после моментов приложения температурной и силовой нагрузок (рис. 5.2). Кроме того, выводятся параметры аппроксимации для окружной компоненты ОН и оценки погрешности относительно экспериментальных значений.



Рис. 5.2. Вывод результатов расчётов в программном комплексе STRELAX

Для анализа и дальнейшего использования результатов вычислений реализована возможность автоматизированного создания отчётов в формате MS Excel, позволяющая единовременно выгрузить эпюры напряжений в различные временные моменты (рис. 5.3).

X 🛃 🗗 🛪 (H 🛪 I 🖛								
Φ	айл Главна	ая Вставк	а Разм	иетка страни	ицы Фор	мулы Д	анные	
	L23	- (0	f;	×				
1	A	В	С	D	E	F	G	
1	Описание:	экспериме	ент проб	ный, спло	ошной ци	линдр		
2								
3	Параметры	образца (эн	спериме	ентальные	e):			
4	Описание:				30XFCA, y.	льтразвук,	тангенци	
5	Внутренний	радиус, мм	:		0			
6	Внешний ра	диус, мм:			2,353			
7	Глубина мак	симума эпн	оры, h*, I	MM:	0,02784			
8	Значение максимума эпюры, σ*, Мпа: -521,7							
9	Глубина обн	MM:	0,14952					
10	Модуль Юнг	200000						
11	Коэффициен	0,3333333	33					
12	Параметр анизотропии упрочнения, α: 1							
13								
14	Параметры	аппроксим	ации (рас	счетные):				
15	σ₀:				19,681818			
16	6 σ <sub>1</sub> : 541,381818							
17	7 b: 0,066837							
18	Глубина мак	симума эпн	оры, h*, ı	MM:	0,02784			
19	Значение максимума эпюры, σ*, Мпа: -521,7							
20	Глубина обнуления эпюры, h <sub>o</sub> , мм: 0,14952							
21	Параметр ан	низотропии	упрочне	ния, α:	1			
22	Погрешност	ь окружной	компоне	енты, %	0,00			
23	Погрешност	ь осевой ко	мпонент	ы, %	26,38			





б

Рис. 5.3. Отчёт о выполненных вычислениях программного комплекса STRELAX в формате MS Excel: а – общие сведения об эксперименте; б – экспериментальные и расчётные эпюры OH
#### 5.2. Архитектура программного комплекса

Программный комплекс STRELAX имеет двухзвенную архитектуру, представленную кроссплатформенным расчётным ядром и клиентской частью в виде интерфейса пользователя на платформе Win32. Обмен данными выполняется по разработанному протоколу с использование xml файлов (рис. 5.4). Такая схема была выбрана по нескольким причинам. Во-первых, кроссплатформенность расчётной части обеспечивает её переносимость и возможность запуска нескольких параллельных веток на серверных машинах, работающих, например под операционной системой Linux. Во-вторых, xml файлы, используемые по протоколу передачи данных, имеют строгую и в то же время читаемую структуру, что позволило использовать их в качестве шаблона хранения данных (экспериментальных и расчётных) об эксперименте.



Рис. 5.4. Архитектура программного комплекса STRELAX

Расчётное ядро STRELAX написано на языке C++ и представляет собой консольное приложение. Оно поддерживает пакетный запуск, т.е. возможность запустить решение краевых задач механики упрочнённых конструкций сразу для набора разных экспериментов. Поддерживаются два формата входных данных:

1) файл формата .xml (рис. 5.5) жёсткой структуры, сформированный клиентской частью;

 текстовый файл с простым перечислением параметров эксперимента (параметры образца, исходные эпюры ОН, идентификатор решаемой задачи: восстановление, оценка «упругого» скачка, расчёт релаксации ОН в условиях ползучести).

Расчётное ядро реализовано с использованием принципов объектноориентированного подхода (ООП) к программированию. Каждый класс оформлен в отдельном модуле. Более подробно объектная модель будет рассмотрена в п. 5.3. настоящей диссертационной работы.

Клиентская часть написана с помощью Embarcadero Delphi XE2 с использованием стандартной библиотеки классов VCL. Это стандартное Win32 приложение, внешний вид которого представлен на рисунке 5.2.



Рис. 5.5. Формат xml файла

Файлы .xml, выполняющие роль транспорта для данных, идущих от интерфейса пользователя в расчётное ядро и обратно, формируются, когда пользователь запускает эксперимент на расчёт, либо когда сохраняет эксперимент на жёсткий диск. Структура xml файла представлена на рисунке 5.5.

## 5.3. Объектная модель и основные методы классов, реализованных в программе

В рамках данного диссертационного исследования интерес представляет только объектная модель расчётного ядра, так как она продиктована общностью тех или иных параметров различных физических сущностей, таких, как геометрия рассматриваемых изделий и параметры процессов, как ползучесть и перераспределение полей ОН и упругих деформации при нагреве. Объектная модель интерфейса в части представления рассматриваемых при решении задач сущностей является отражением модели расчётного ядра. Отличие лишь в том, что на стороне клиента у классов отсутствуют методы, необходимые для решения рассматриваемых в работе задач механики. Они являются доменными объектами, т.е. просто инкапсулируют всю необходимую для программы информацию об объекте предметной области. Часть объектной модели интерфейса, отвечающая за реализацию графических форм пользователя, не относится к данному диссертационному исследованию, поэтому рассматриваться не будет.

Как видно из рисунка 5.6, корень основного дерева классов расчётного ядра представлен типом TPrototype, отражающим сущность «образец». От него наследуются цилиндрические образцы (TCylrrs) и концентраторы напряжений (TConrrs). Уже на уровне TPrototype проявляется общность многих параметров. Так, например, все образцы имеют параметры: внутренний ( $R_1$ ) и внешний ( $R_2$ ) диаметры. Класс TPrototype содержит три компоненты тензора ОН и три компоненты тензора пластических деформаций. Помимо полей, этот класс содержит методы, общие для всех типов образцов. Производные классы, в свою очередь, реализуют методы, относящиеся к решению краевых задач механики упрочнённых конструкций и варьирующиеся в зависимости от типа образца. Так, например, в каждом производном классе перегружена функция, реализующая аналитическое представление окружной компоненты тензора ОН, специфичное для каждого типа образцов.

Главный управляющий класс – TExperiment – играет роль программного интерфейса (API) всего расчётного ядра. Он выполняет загрузку исходных данных из xml файлов, анализирует решаемую задачу, выполняет необходимые операции и выгружает результаты вычислений в выходной файл.

Анализ задачи включает в себя оценку полноты входной информации на основании выбранной задачи: восстановление НДС после упрочнения, оценка перераспределения полей ОН и упругих деформаций при нагреве и/или расчёт релаксации ОН в условиях ползучести. Так, например, для восстановления НДС полого цилиндра после процедуры изотропного упрочнения достаточно указать лишь две точки эпюры окружной компоненты тензора ОН: 1 – глубина и значение локального максимума по модулю:  $h^*$  и  $\sigma^*$ ; 2 – глубина обнуления эпюры  $h_0: \sigma_{\theta}^{res}\Big|_{h=h_0} = 0$ . Тогда выполнение расчётов по методике, изложенной в главе 2, обеспечит точное прохождение кривой (2.26) через эти точки. Если доступно распределение окружных ОН по глубине поверхностного слоя, то можно решить задачу уточнения параметров аппроксимации (2.26) с целью минимизации отклонения расчётных значений от экспериментальных. Для этого необходимо задать допустимые пределы варьирования двух точек из предыдущей задачи. В случае, когда известны две экспериментальные компоненты тензора ОН, можно определить параметр анизотропии  $\alpha$  (см. главу 2). После анализа решаемой задачи класс TExperiment связывает образец с его упругими свойствами (TElast) и параметрами модели ползучести (TCreep), а после выполнения вычислений согласно заложенным методикам выгружает результат, основываясь на заданных параметрах вывода TOutput.



Рис. 5.6. Объектная модель расчётного ядра STRELAX

ООП, постулирующий наследование и полиморфизм, позволил избежать дублирования в коде. Хорошо структурированный код легко расширяем, удобно читаем, и даёт дополнительные знания в плане классификации решаемых задач и рассматриваемых элементов конструкций.

# 5.4. Решение задач механики анизотропно упрочнённых цилиндрических изделий с помощью программного комплекса

Для наиболее полного описания функционала и принципов работы с программным комплексом рассмотрим пример решения с помощью STRELAX краевых задач восстановления и расчёта кинетики полей ОН в изотропно упрочнённом поверхностном слое сплошного цилиндрического образца.



Рис. 5.7. Экспериментальная эпюра окружной компоненты тензора ОН  $\sigma_{\theta}^{res}$  сплава ЖС6КП после обработки микрошариками

Рассмотрим обработанный микрошариками сплошной цилиндр из жаропрочного сплава ЖС6КП. Радиус образца для испытаний R = 3.76 мм. Образец упрочнён при комнатной температуре, а испытывается при T = 800 °C. Модуль упругости при  $T_1 = 26$  °C для рассматриваемого материала  $E_1 = 2 \cdot 10^5$  МПа, а при

 $T_2 = 800 \,^{\circ}\text{C} - E_2 = 1.492 \cdot 10^5 \,\text{MIIa.}$  В качестве экспериментально известной информации об исходном распределении полей ОН выступает эпюра окружной компоненты тензора ОН (рис. 5.7). По графику определяются координаты двух точек, необходимых для идентификации параметров аппроксимации (1.14):

- 1) глубина и значение локального максимума по модулю:  $h^* = 0$  мм и  $\sigma^* = -1030 \,\mathrm{M\Pi a};$
- 2) глубина обнуления эпюры  $h_0 = 0,177$  мм:  $\sigma_{\theta}^{res}\Big|_{h=h_0} = 0$ .

После упрочнения образец нагревается до температуры T = 800 °C и подвергается действию продольной растягивающей нагрузки F = 150 МПа. В процессе испытания происходит релаксация остаточных напряжений, обусловленная термо-силовым нагружением.

Итак, на основании имеющихся данных необходимо получить полную картину НДС образца после упрочнения, в момент приложения температурной нагрузки и через некоторые интервалы времени в процессе термоэкспозиции. Выберем следующие точки на временной оси: 50 часов, 100 часов и 200 часов.

Необходимо ввести имеющуюся информацию в программу.

Во-первых, нужно занести все параметры геометрии образца, две определяющие точки эпюры окружных напряжений, упругие свойства материала и параметры для расчёта релаксации в условиях ползучести (рис. 5.8).

л Вид Эксперимент Помощь		Файл Вид Эксперимент Помощь	Файл Вид Эксперимент Помощь			
) 🚺 🖬 • 💽 📀 🞯 🖉		🗋 🚺 🗖 🖬 · 💽 🚳	🗋 🚺 🗖 🖬 · 🛐 📀 🞯 🖄			
Эксперимент		<b># 18</b> Эксперимент				
🗆 Образец		Параметры ползучести				
Ед. измерения напряжений	МПа	sigmazv	1			
Тип	сплошной цилиндр	ku =2 (либо по Lambda1, либо по Lambda2)	2			
Описание	жс6-кп	lambdak	0			
Внутренний радиус	0	lambdak2	0			
Внешний радиус	3,76	ak	0			
h0	0,15	ak2	0			
h*	0	n2	0			
sigma*, кгс/мм2	-1000	bk1	0			
alpha	1	bk2	0			
Параметры расчёта релаксации		c	3,8E-13			
Э Параметры упругости		m1	3,7			
Модуль Юнга	200000	mu1	0			
Модуль Юнга после нагрева	149200	mu2	0			
Коэффициент Пуассона	0,333333333333333	Осевая нагрузка sigma0	150			
Параметры нагрева		Параметры вывода				
Параметры ползучести		Параметры минимизации погрешности				
_						
Результат		результат				

Рис. 5.8. Ввод исходных данных в программном комплексе STRELAX: *а* – параметры образца и эпюры окружной компоненты тензора OH; *б* – параметры ползучести

Во-вторых, нужно оцифровать рисунок 5.7 и внести в табличном виде экспериментальную эпюру окружной компоненты ОН (рис. 5.9). Для этого необходимо воспользоваться пунктом главного меню: «Эксперимент  $\rightarrow$  Экспериментальные данные».



Рис. 5.9. Ввод экспериментальных значений эпюры  $\sigma_{\theta}^{res}$ : *a* – оцифровка графика; *б* – ввод табличных данных в программу STRELAX

В-третьих, следует задать параметры вывода результатов расчёта, которые включают в себя подписи осей, глубины вывода полей ОН и шаги по глубине вывода.

Так как имеется экспериментальная эпюра, то можно выбрать режим минимизации среднеквадратичного отклонения расчётных значений от экспериментальных (рис. 5.10). Для этого необходимо задать допустимые отклонения при вариации глубин и величины локального максимума и точки обнуления эпюры окружной компоненты тензора ОН (рис. 5.11).

сплошной цилиндр	•
минимизация погрешности для окружной компоненты (alpha = const)	•
расчет строго по модели без учета экспериментальных эпюр	
минимизация погрешности для окружной компоненты (alpha = const)	
минимизация погрешности для осевой компоненты (alpha = const)	
минимизация погрешности для двух компонент, подбор alpha	

Рис. 5.10. Выбор режима решения задачи о восстановлении полной картины НДС образца в программном комплексе STRELAX

	🔰 😡 • 💽 📀 🥺			
Эк	сперимент		₽ 🛙	Остаточн
Ξ	Параметры нижинизации погрешности		×	
	Допустимое отклонение h* влево, %	15		
	Допустимое отклонение h* вправо, %	15		
	Шаг подбора h*, %	3		
	Допустимое отклонение максимума SigmaTheta* влево, %	15		
	Допустимое отклонение максимума SigmaTheta* вправо, %	15		
	Шаг подбора максимума SigmaTheta*, %	3		
	Допустимое отклонение h0 влево, %	15	E	
	Допустимое отклонение h0 вправо, %	15		
	Шаг подбора h0, %	3		
	Шаг подбора alpha, ед.	0,1		
Đ	SigmaTheta		1	

Рис. 5.11. Задание допустимых отклонений и шагов вариации параметров при минимизации среднеквадратичного отклонения расчётных значений окружных напряжений от экспериментальных в программе STRELAX

Теперь можно последовательно решить задачи восстановления начального НДС, оценки перераспределения полей ОН и упругих деформаций при нагреве и расчёта релаксации ОН в условиях ползучести.

Для решения первой задачи необходимо выбрать пункт в главном меню «Эксперимент  $\rightarrow$  Восстановить НДС». Появится консольное окно расчётного ядра, показывающее процент выполнения запущенной задачи (рис. 5.12). После достижения 100% консольное окно закроется, на экран будет выдано сообщение об успешном завершении вычислений, управление будет передано клиентской части, а в интерфейсе пользователя отобразятся эпюры всех трёх компонент тензора ОН, рассчитанные по методике, описанной в главе 2. Посмотреть табличные значения рассчитанных компонент, а также увидеть распределение полей остаточных пластических деформаций можно выгрузив отчёт в формате MS Excel (пункт меню «Эксперимент  $\rightarrow$  Выгрузить в Excel  $\rightarrow$  Полный отчёт»).



Рис. 5.12. Консольное окно расчётного ядра программы STRELAX в процессе решения краевой задачи восстановления НДС образца после упрочнения по частично известной экспериментальной информации

Теперь, имея первоначальное распределение полей ОН и пластических деформаций после процедуры упрочнения, можно рассчитать «упругий» скачок при нагреве образца. Для этого следует выбрать пункт главного меню «Эксперимент  $\rightarrow$  *Рассчитать «упругий» скачок»*. Эта операция не требует большого количества итераций, поэтому никакого дополнительного окна, отражающего процесс выполнения, не появляется. По завершению вычислений будет выведено соответствующее сообщение, а на графике добавятся перераспределённые эпюры всех трёх компонент тензора ОН (рис. 5.13). В данном эксперименте наблюдается значительное уменьшение по модулю окружной и осевой компонент (до 20%). Теперь полученное с учётом «упругого» скачка НДС можно передать в качестве начального распределения полей ОН и деформаций в задачу расчёта релаксации напряжений в условиях ползучести.



Рис. 5.13. Вывод перераспределившихся вследствие нагрева полей ОН в интерфейсе пользователя программного комплекса STRELAX

Решение краевой задачи о ползучести изделия выполняется нажатием пункта главного меню «Эксперимент  $\rightarrow$  Рассчитать релаксацию». Эта задача требует значительного числа итераций по времени и по глубине образца. В частности, в рассматриваемом примере выполняется расчёт релаксации ОН в течение 200 часов с шагом по времени  $\Delta t = 0.001$  часа, что соответствует  $2 \cdot 10^5$  итераций по времени. Процент выполнения запущенной задачи отображается в виде полосы прогресса в правом нижнем углу главной формы программы. После завершения вычислений выводится соответствующее сообщение, а на главной форме становится доступным элемент выбора часа, на котором пользователь хочет посмотреть распределение полей ОН.

Расчёт релаксации выполняется с учётом заданной продольной нагрузки. Однако следует отметить, что вывод внутренних напряжений выполняется с учётом силовой разгрузки образца. Для просмотра результатов с учётом температурной разгрузки, необходимо выбрать пункт главного меню «Эксперимент  $\rightarrow$  Выполнить температурную разгрузку».

Результаты расчёта релаксации ОН удобно анализировать в MS Excel. Для этого необходимо в главном меню STRELAX выбрать «Эксперимент  $\rightarrow$  Выгрузить в Excel  $\rightarrow$  Отчёт по релаксации» и указать точки на временной оси, в которых необходимо выгрузить поля ОН и пластических деформаций (рис. 5.14). В рассматриваем примере интерес представляют следующие точки: 0 часов, 50 часов, 100 часов и 200 часов. Отчёт по релаксации содержит лист с описанием эксперимента, а также шесть листов с компонентами тензора ОН и пластических деформаций. На рисунке 5.15 показан лист с окружной компонентой тензора ОН.

Итак, разработанный программный комплекс STRELAX является мощным расчётно-аналитическим инструментом, позволяющим решать задачи механики анизотропно упрочнённых цилиндрических изделий в условиях ползучести. Весь цикл методик, рассматриваемых в данном диссертационном исследовании, реализован и апробирован в виде программных модулей. Эффективно использованы мощности ЭВМ для решения задач, требующих большого количества вычислений, за рационально приемлемое время. Программа оснащена удобным графическим интерфейсом, делающим её доступной для использования широким кругом пользователей. Программный комплекс внесён в реестр программ для ЭВМ и готов к промышленному использованию.

В заключение отметим, что во всех существующих мощных вычислительных комплексах (типа ANSYS) отсутствует блок не только расчёта ползучести поверхностно упрочнённых элементов конструкций, но даже не имеется блока восстановления НДС после различных процедур поверхностного упрочнения (за исключением технологии термопластического упрочнения; например, в пакете AN- SYS этот модуль имеется). Это связано с математической неразработанностью рассматриваемой проблемы вообще и для цилиндрических изделий в частности. Поэтому разработанное программное и информационное обеспечение является на сегодняшний день единственным продуктом для автоматизации соответствующих расчётов.

Время, ч				
0	*	h0 =	0	MM
100		h1 =	0.250	мм
200		dh =	0.01	MM
			🗸 ок	10
	-		Х Отме	на

Рис. 5.14. Выбор точек на временной оси для вывода кинетики полей ОН и пластических деформаций в условиях ползучести



Рис. 5.15. Отчёт в формате MS Excel по релаксации OH, рассчитанной в программном комплексе STRELAX: лист с окружной компонентой тензора OH

### Заключение

Выполненные в рамках диссертационной работы теоретические и прикладные исследования позволяют сформулировать следующие основные научные результаты:

- Разработан феноменологический метод восстановления остаточных напряжений и пластических деформаций в полом цилиндрическом образце с учётом анизотропии поверхностного упрочнения.
- Предложены методики идентификации параметров модели для оценки напряжённо-деформированного состояния в упрочнённом слое цилиндрического образца и коэффициента анизотропии упрочнения на основе частично известной экспериментальной информации.
- 3. Выполнена проверка адекватности данных расчёта остаточных напряжений в цилиндрическом изделии для широкого спектра технологий упрочнения (гидро- и пневмодробеструйная обработка, обкатка роликом, алмазное выглаживание), режимов упрочнения, материалов, геометрических параметров. Установлено соответствие расчётных и экспериментальных данных.
- 4. Выполнен анализ влияния параметра анизотропии упрочнения на распределение полей остаточных напряжений в полом и сплошном цилиндре после процедуры упрочнения. Установлено существенное расслоение эпюр окружной и осевой компонент тензора остаточных напряжений при значениях параметра, отличных от единицы.
- 5. Разработан прямой метод решения краевой задачи о ползучести упрочнённого полого цилиндра в условиях ползучести при температурносиловом нагружении. Выполнен детальный анализ влияния значений силовых и температурных нагрузок на кинетику напряжённодеформированного состояния. Выполнена проверка адекватности метода

158

экспериментальным данным для цилиндрического образца из сплава Д16T при T = 125 °C в условиях термоэкспозиции (температурная выдержка без растягивающих нагрузок).

- 6. Выполнены теоретические и экспериментальные исследования по влиянию растягивающей нагрузки на скорость релаксации остаточных напряжений вследствие ползучести в сплошных цилиндрических образцах из сплава ЖС6КП при T = 800 °C. Установлено, что скорость релаксации в поверхностно упрочнённом слое цилиндрического изделия при действии растягивающей нагрузки в условиях ползучести носит «немонотонный» характер в зависимости от величины растягивающей нагрузки и её длительности. В частности, увеличение нагрузки может замедлять скорость релаксации остаточных напряжений. Установлено соответствие расчётных и экспериментальных данных для полей остаточных напряжений в различные временные сечения для всех режимов нагружения.
- Разработан программный комплекс, позволяющий решать краевые задачи механики упрочнённых цилиндрических изделий и реализующий все разработанные методики.

### Литература

1. Адамова Н. А., Юдин Ю. В., Крисюк Ю. А. Релаксация напряжений в крупных деталях при термической обработке // Металловедение и термическая обработка металлов. – 1986. – № 12. – С. 41–44.

2. *Аксёнов* Г. И. Измерение упругих напряжений в металлокристаллическом агрегате методом Дебая Жаррера // Журнал прикладной физики. – 1929. – Т. 6, № 2. – С. 511–520.

3. *Антонов А. А., Летуновский А. П.* Снижение остаточных сварочных напряжений методом ультразвуковой ударной обработки // Трубопроводный транспорт (теория и практика). – 2012. – № 2(80). – С. 21–26.

4. *Архипов А. Н., Темис Ю. М.* Исследование остаточных напряжений в конструкциях сложной формы методом конечных элементов // Проблемы прочности. – 1980. – № 7. – С. 81–84.

5. *Афанасьева О. С.* Феноменологические методы расчёта остаточных напряжений в упрочнённых деталях с концентраторами напряжений в условиях ползучести: Дис... канд. техн. наук / СамГТУ. – Самара, 2010. – 225 с.

6. Бадаев А. Н. К вопросу об определении функции распределения параметров уравнения состояния ползучести // Проблемы прочности. – 1984. –№ 12. – С. 22–26.

7. Балашов Б. Ф., Архипов А. Н., Володенко Б. В. Влияние состояния поверхностного слоя на сопротивление усталости образцов и рабочих лопаток турбин из жаропрочных материалов // Проблемы прочности. – 1974. – № 6. – С. 106–110.

8. *Балтер М. А.* Упрочнение деталей машин. – М.: Машиностроение, 1978. – 184 с.

9. Биргер И. А. Остаточные напряжения. – М.: Машгиз, 1963. – 232 с.

10. *Биргер И. А.* Проблемы остаточных напряжений в элементах конструкций // Остаточные напряжения и методы их регулирования: Труды Всесоюзного симпозиума – М: ИПМ АН СССР, 1982. – С. 5–17.

11. *Биргер И. А.* Остаточные напряжения в элементах конструкций // Остаточные технологические напряжения: Труды II Всесоюзного симпозиума. – М: ИПМ АН СССР, 1985. – С. 5–27.

12. Бойцов В. Б., Скрипкин Д. Э., Чернявский А. О. Расчётный анализ образования остаточных напряжений при виброупрочнении // Динамика, прочность и износостойкость машин. – Вып. 5. – Челябинск, 1998. – С. 69–72.

13. *Бордаков С. А.* Разработка методов расчёта остаточных напряжений и сопротивления усталости в неоднородном поверхностном слое элементов конструкций: Автореф. дис... д-ра техн. наук / СГАУ. – Самара, 2000. – 37 с.

14. *Борисов С. П.* К расчёту характеристик сопротивления материалов усталости в зонах концентрации напряжений // Научный вестник МГТУ ГА. – 2005. – № 84. – С. 84–90.

15. *Букатый С. А.* Исследование деформаций деталей, возникающих после обработки поверхностей: Дис... канд. техн. наук / М.: МИИГА. – 1979. – 132 с.

16. Вакулюк В. С. Исследование влияния толщины упрочнённого слоя на остаточные напряжения во впадине концентратора методом первоначальных деформаций // Вестник Самарск. госуд. техн. ун-та. Сер.: Физ.-мат. науки. – 2010. – № 1(20). – С. 222–225.

17. *Вакулюк В. С.* Определение остаточных напряжений в шлицевых деталях: Дис... канд. техн. наук / М.: МИИГА. – 1982. – 112с.

18. Вакулюк В. С. Сопротивление усталости детали в зависимости от толщины упрочнённого слоя при опережающем поверхностном пластическом деформировании // Вестник СГАУ. – 2012. – № 3(34). – С. 172–176. 19. Вишняков Н. А., Грингауз Г. Д., Рудзей Г. Ф., др. Остаточные напряжения в элементах конструкций при статическом и циклическом нагружении // Вестник машиностроения. – 1981. – № 9. – С. 34–39.

20. *Гецов Л. Б.* Детали газовых турбин (материал и прочность). – Л.: Машиностроение, 1982. – 296 с.

21. Гликман Л. А., Тэхт В. П. Влияние температуры и продолжительности нагрева на снятие остаточных напряжений в аустенитной стали // Котлотурбостроение. – 1948. – № 20. – С. 12–16.

22. Головкин В. В., Агафонов А. А., Смыслов В. А. Методика расчёта остаточных напряжений при нарезании резьбы с учётом ультразвуковых колебаний инструмента // Ресурс и диагностика материалов и конструкций. Тезисы докладов IV Российской научно-технической конференции. – Екатеринбург, 2009. – С. 153.

23. Головкин В. В., Дружинина М. В., Ромашкина О. В., Смыслов В. А. Исследование влияния вынужденных ультразвуковых колебаний на формирование остаточных напряжений при нарезании наружных резьб малого диаметра // Прочность материалов и элементов конструкций. Тезисы докладов международной научно-технической конференции. – Киев, 2010. – С. 98-100.

24. Головкин В. В., Смыслов В. А., Ромашкина О. В., Агафонов А. А. Анализ напряжённо-деформированного состояния в упрочнённом слое при нарезании резьб с использованием ультразвуковой обработки // Математическое моделирование и краевые задачи. Труды шестой Всероссийской научной конференции с международным участием. Часть 1. – Самара: СамГТУ, 2009. – С. 82-90.

25. *Григорьева М. В.* Определение остаточных напряжений в цилиндрических деталях: Дис... канд. техн. наук / КПтИ. – Ку йбышев, 1978. – 136 с.

26. *Гринченко А. В., Полоскин Ю. В., Макаровский Н. Л.* Определение окружных остаточных напряжений в местах конструктивного концентратора // Заводская лаборатория. – 1972. – № 7. – С. 868–871.

27. *Гринченко И. Г.* Упрочнение деталей из жаропрочных и титановых сплавов. – М.: Машиностроение, 1971. – 120 с.

28. *Гурьев А. В., Паршев С. Н., Тарасов В. П.* Об эффективности упрочнения поверхностным пластическим деформированием стальных изделий, работающих с большими перегрузками в условиях малоцикловой усталости // Поверхностное упрочнение деталей машин и инструментов. – Куйбышев: КПтИ, 1976. – С. 79–86.

29. Дубовова Е. В., Смыслов В. А. Расчет полей остаточных напряжений и пластических деформаций в поверхностно упрочненном слое кругового концентратора плиты с учетом организации процесса поверхностного пластического деформирования // Математическое моделирование и краевые задачи. Труды седьмой Всероссийской научной конференции с международным участием. Часть 1. – Самара: СамГТУ, 2010. – С. 130-133.

30. *Егоров В. И., Митряев К. Ф., Краморовский Б. И.* Релаксация остаточных напряжений в жаропрочных сталях и сплавах // Исследование обрабатываемости жаропрочных и титановых сплавов. – Куйбышев: КуАИ, 1978. – С. 90–96.

31. *Желдак М. П.* О рентгеновском методе определения остаточных напряжений первого рода // Заводская лаборатория. – 1951. – С. 575–583.

32. *Иванов С. И.* К определению остаточных напряжений в цилиндре методом колец и полосок // Остаточные напряжения. Вып. 53. – Куйбышев: КуАИ, 1974. – С. 32–42.

33. Иванов С. И. Определение остаточных напряжений в поверхностном слое цилиндра / Вопросы прочности элементов авиационных конструкций. Вып. 48. Куйбышев: КуАИ, 1971. С. 153–168.

34. *Иванов С. И*. Определение остаточных напряжений: Дис... д-ра техн. наук / КПтИ. – Куйбышев, 1972. – 308 с.

35. Иванов С. И., Григорьева И. В. К определению остаточных напряжений в цилиндре методом снятия части поверхности // Вопросы прочности элементов авиационных конструкций. – Куйбышев : КуАИ, 1971. – С. 179–183.

36. *Иванов С. И., Григорьева И. В.* Метод сегментных срезов для определения остаточных касательных напряжений в сплошных цилиндрах // Заводская лаборатория. – 1977. – Т. 43, № 41. – С. 491–492.

37. Иванов С. И., Павлов В. Ф., Коновалов Г. В., Минин Б. В. Технологические остаточные напряжения и сопротивление усталости авиационных резьбовых деталей. – М.: Отраслевая библ. «Технический прогресс и повышение квалификации» МАП, 1992. – 192 с.

38. Иванов С. И., Павлов В. Ф., Столяров А. К. Остаточные напряжения и сопротивление усталости деталей с короткими зонами упрочнения // Проблемы прочности. – 1989. – № 10. – С. 123–125.

39. Иванов С. И., Трофимов Н. Г., Вакулюк В. С. и др. Остаточные напряжения и сопротивление усталости шлицевых валов // Остаточные технологические напряжения: Труды II Всесоюзного симпозиума. – М.: ИПМ АН СССР, 1985. – С. 179–184.

40. Иванов С. И., Трофимов Н. Г., Фрейдин Э. И. Определение остаточных напряжений в резьбе болтов методом колец и полосок // Вестник машиностроения. – 1980. – № 5. – С. 37–39.

41. Иванов С. И., Шатунов М. П., Павлов В. Ф. Определение дополнительных остаточных напряжений в надрезах на цилиндрических деталях / В сб.: Вопросы прочности элементов конструкций: Тр. Куйбышевского авиационного института. Вып. 60. Куйбышев: КуАИ, 193. С. 160–170.

42. Ильялов О. Р., Няшин Ю. И. Об определении остаточных напряжений. – Пермь: Перм. политехн. ин-т, 1988. – 13 с. – (Рукопись деп. в ВИНИТИ №5709-В88. Деп. от 15.07.88 г.)

43. *Каблов Е. Н., Голубовский Е. Р.* Жаропрочность никелевых сплавов. – М.: Машиностроение, 1998. – 464 с.

44. *Кадашев Ю. И., Мосолов А. Б.* Эндохронные теории пластичности, основные положения, перспектива развития // Изв. АН СССР. МТТ. – 1989. – №1. – С. 161–168.

45. *Кирпичёв В. А.* Разработка научных методов прогнозирования сопротивления усталости упрочнённых деталей с концентраторами напряжений: Дис... дра техн. наук / Самара. – 2009. – 261 с.

46. *Кирпичёв В. А., Саушкин М. Н., Афанасьева О. С., Смыслов В. А.* Прогнозирование предела выносливости упрочненных деталей при повышенной температуре // Вестник Самарск. госуд. техн. ун-та. Сер.: Физ.-мат. науки. – 2010. – №1(20). – С.218-221.

47. *Кишкина С. И.* Поверхностное упрочнение самолётных конструкций // Поверхностный наклеп высокопрочных материалов. – М.: ОНТИ, 1971. – С. 9–12.

48. Ковпак В. И., Бадаев А. Н. Унифицированный подход к прогнозированию ползучести. Вопросы жаропрочных материалов в статистическом аспекте / Унифицированные методы определения ползучести и длительной прочности. М.: Издво стандартов, 1986. С. 51–62.

49. *Колотникова О. В.* Эффективность упрочнения методами поверхностного пластического деформирования деталей, работающих при повышенных температурах // Проблемы прочности. – 1983. – № 2. – С. 112-114.

50. *Кравченко Б. А., Гутман Г. Н., Костина Б. А.* Формирование остаточных напряжений при термоупрочнении деталей ГТД // Проблемы прочности. – 1978. – № 5. – С. 12–15.

51. *Кравченко Б. А., Гутман Г. Н., Фокин В. Г.* Термопластическое упрочнение замковой части диска турбины ГТД. Определение остаточных напряжений // Проблемы прочности. – 1980. – № 9. – С. 54–57.

52. Кравченко Б. А., Гутман Г. Н., Фокин В. Г. Исследование процесса формирования остаточных напряжений в зоне концентраторов и их влияние на выносливость деталей // Высокоэффективные методы обработки резанием жаропрочных и титановых сплавов. – Куйбышев: КуАИ, 1982. – С. 65–70.

53. *Кравченко Б. А., Золина Л. И.* Экспериментальное исследование остаточных напряжений при ротационном фрезеровании // Контактные и цикл. задачи теплопроводности. Вопросы прочности и работоспособности инструмент. материалов: Межвуз. сб. научн. тр. – Куйбышев: КПтИ, 1975. – С. 101–105.

54. *Кравченко Б. А., Круцило В. Г.* Влияние напряжённо-деформированного состояния поверхностного слоя на долговечность деталей газотурбинных двигателей // Вестник Самарск. госуд. техн. ун-та. Сер.: Техн. науки. – 1998. – № 5. – С. 71–77.

55. *Кравченко Б. А., Круцило В. Г., Гутман Г. Н.* Термопластическое упрочнение – резерв повышения прочности и надежности машин. – Самара: СамГТУ, 2000. – 216 с.

56. *Кудрявцев И. В.* Внутренние напряжения как резерв прочности в машиностроении. – М.: Машгиз, 1951. – 278 с.

57. *Кудрявцев И. В.* Поверхностный наклёп для повышения прочности и долговечности деталей машин поверхностным пластическим деформированием. – М.: Машиностроение, 1969. – 100 с.

58. *Кудрявцев Ю. Ф., Гуща О. И.* О применении метода поверхностного упрочнения к деталям, работающим в условиях малоцикловых нагружений // Проблемы прочности. – 1986. – № 11. – С. 32–38.

59. *Кузнецов Н. Д., Цейтлин В. И.* Эквивалентные испытания газотурбинных двигателей. – М.: Машиностроение, 1976. – 216 с.

60. *Куликов О. О.* Исследование эффективности поверхностных методов упрочнения деталей машин, подвергшихся циклическому кручению // Новые исследования в области машиностроительных материалов. – № 49. – М.: Машгиз, 1952. – С. 118–143.

61. *Лиманова Л. В.* Расчёт тепловых и механических полей при термопластическом упрочнении пластины с двумя цилиндрическими отверстиями с учётом зависимости свойств материала от температуры // Вестник Самарск. госуд. техн. унта. Сер.: Физ.-мат. науки. – 1999. – № 7. – С. 63–70.

62. *Любимова Л. Л.* Методика рентгенометрического анализа внутриструктурных напряжений // Известия ТПУ. – 2003. – Т. 306. – Вып. 4. – С. 72–77.

63. Любимова Л. Л., Макеев А. А., Заворин А. С. и др. Рентгенометрия аномальных температурных расширений энергетических сталей // Известия ТПУ. – 2003. – Т. 306. – Вып. 2. – С. 82–88.

64. *Мавлютов Р. Р., Мардимасова Т. Н., Куликов В. С.* Остаточные напряжения и деформации при упрочнении отверстий // Прочность конструкций. – Уфа: Уфим. гос. авиац. техн. ун-т, 1996. – С. 90–97.

65. *Макеев А. А., Любимова Л. Л., Заворин А. С. и др.* Анализ внутренних структурных напряжений I и II рода как основа повышения надёжности поверхности нагрева котлов // Вестник науки Сибири. – 2013. – № 4(10). – С. 19–26.

66. Мальцев В. М. Рентгенография металлов. – М.: Наука, 1970. – 90 с.

67. *Маталин Л. А.* Технологические методы повышения долговечности деталей машин. – Киев: Техника, 1971. – 144 с. 68. *Митряев К. Ф.* Повышение усталостной прочности жаропрочных материалов алмазным выглаживанием поверхности деталей // Остаточные напряжения. – Куйбышев: КуАИ, 1971. – С. 150–159.

69. *Мосолов А. Б.* Эндохронная теория пластичности. Препринт № 358. – М.: Институт проблем механики АН СССР, 1988. – 44 с.

70. *Мрочек Ж. А., Макаревич С. С., Кожуро Л. М. и др.* Остаточные напряжения: Учебное пособие – Мн.: Технопринт, 2003. – 352 с.

71. *Мухин В. С., Саватеев В. Г.* Релаксационная стойкость остаточных напряжений в стали 13Х12НВМФА // Проблемы прочности. – 1973. – № 5. – С. 88–91.

72. *Наместников В. С., Хвостунков А. А.* Ползучесть дюралюминия при постоянных и переменных нагрузках // Прикладная механика и техническая физика. – 1960. – № 4. – С. 90–95.

73. *Наумченков Н. Е.* Влияние поверхностного наклёпа на сопротивление усталости сталей 22К и 16НГМ в условиях повышенной температуры // Повышение прочности и долговечности деталей машин. – М.: Машиностроение, 1969. – С. 139–146.

74. *Павленко Д. В., Гончар Н. В.* Модель релаксации остаточных напряжений в поверхностном слое деталей из сплава ХН73МБТЮ-ВД, упрочнённых ППД // Упрочняющие технологии и покрытия. – 2006. – № 9. – С. 14–19.

75. *Павлов В.* Ф. О связи остаточных напряжений и предела выносливости при изгибе в условиях концентрации напряжений // Известия вузов. Машиностроение. – 1986. – № 8. – С. 29–32.

76. *Павлов В.* Ф. Влияние величины сжимающих остаточных напряжений на приращение предела выносливости при изгибе в условиях концентрации напряжений // Известия вузов. Машиностроение. – 1988. – № 7. – С. 10–14. 77. *Павлов В.* Ф. Влияние на предел выносливости величины и распределения остаточных напряжений в поверхностном слое детали с концентратором. Сообщение I. Сплошные детали // Известия вузов. Машиностроение. – 1988. – № 8. – С. 22–26.

78. *Павлов В.* Ф. Влияние на предел выносливости величины и распределения остаточных напряжений в поверхностном слое детали с концентратором. Сообщение II. Полые детали // Известия вузов. Машиностроение. – 1988. – № 12. – С. 37–40.

79. Павлов В. Ф., Кирпичёв В. А., Вакулюк В. С. Прогнозирование сопротивления усталости поверхностно упрочнённых деталей по остаточным напряжениям. – Самара: СНЦ РАН, 2012. – 125 с.

80. *Павлов В. Ф., Кирпичёв В. А., Иванов В. Б.* Остаточные напряжения и сопротивление усталости упрочнённых деталей с концентраторами напряжений. – Самара: СНЦ РАН, 2008. – 64 с.

81. *Павлов В. Ф., Лапин В. И., Бордаков С. А.* Влияние остаточных напряжений на предел выносливости детали прямоугольного сечения с концентраторами // Известия вузов. Машиностроение. – 1989. – № 11. – С. 16–19.

82. Павлов В. Ф., Столяров А. К., Вакулюк В. С., Кирпичёв В. А. Расчёт остаточных напряжений в деталях с концентраторами напряжений по первоначальным деформациям. – Самара: СНЦ РАН, 2008. – 124 с.

83. *Павлов В. Ф., Столяров А. К., Павлович Л. И.* Исследование остаточных напряжений в резьбе болтов по первоначальным деформациям // Проблемы прочности. – 1987. – № 5. – С. 117–119.

84. *Пашков Ю. И., Иванов М. А., Губайдулин Р. Г.* Остаточные сврочные напряжения и пути снижения стресс-коррозионных разрушений магистральных газопроводов // Вестник Южно-Уральского гос. ун-та. Сер.: Металлургия. – 2012. – № 15(274). – С. 28–30.

85. *Подзей А. В., Сумма А. Н., Евстигнеев М. И.* Технологические остаточные напряжения – М.: Машиностроение, 1973. – 216 с.

86. *Радченко В. П.* Математическая модель неупругого деформирования и разрушения металлов при ползучести энергетического типа // Вестник Самарск. госуд. техн. ун-та. Сер.: Физ.-мат. науки. – 1996. – № 4. – С. 43–63.

87. *Радченко В. П., Ерёмин Ю. А.* Реологическое деформирование и разрушение материалов и элементов конструкций. – М.: Машиностроение-1, 2004. – 264 с.

88. *Радченко В. П., Кирпичёв В. А., Лунин В. В.* Влияние пневмодробеструйной обработки и термоэкспозиции на остаточные напряжения и предел выносливости образцов из сплавов В95 и Д16Т // Вестник Самарск. госуд. техн. ун-та. Сер.: Физ.-мат. науки. – 2011. – № 3(24). – С. 181–184.

89. *Радченко В. П., Кирпичёв В. А., Лунин В. В.* Влияние термоэкспозиции на остаточные напряжения образцов из сплава ЭП742 после ультразвукового упрочнения // Вестник Самарск. госуд. техн. ун-та. Сер.: Техн. науки. – 2012. – № 3(35). – С. 147–154.

90. Радченко В. П., Морозов А. П., Лунин В. В. Исследование кинетики физико-механических параметров сплавов В95 и Д16Т вследствие температурных выдержек и многоцикловых усталостных испытаний // Вестник Самарск. госуд. техн. ун-та. Сер.: Физ.-мат. науки. – 2012. – № 1(26). – С. 81–83.

91. *Радченко В. П., Павлов В. Ф., Саушкин М. Н.* Определение параметра анизотропии упрочнения и остаточных напряжений в цилиндрическом образце из стали после обкатки роликом // Проблемы машиностроения и надёжности машин. – 2011. – № 4. – С. 93–100.

92. *Радченко В. П., Саушкин М. Н.* Расчёт релаксации остаточных напряжений в поверхностно упрочнённом слое цилиндрического изделия в условиях ползучести // Вестник Самарск. госуд. техн. ун-та. Сер.: Физ.-мат. науки. – 2001. – № 12. – С. 61–72.

93. *Радченко В. П., Саушкин М. Н.* Математические модели восстановления и релаксации остаточных напряжений в поверхностно упрочнённом слое цилиндрических элементов конструкций при ползучести // Извест. вузов. Машиностроение. – 2004. – № 11. – С. 3–17.

94. *Радченко В. П., Саушкин М. Н.* Ползучесть и релаксация остаточных напряжений в упрочнённых конструкциях. – М.: Машиностроение-1, 2005. – 226с.

95. *Радченко В. П., Саушкин М. Н.* Прямой метод решения краевой задачи релаксации остаточных напряжений в упрочнённом изделии цилиндрической формы при ползучести // Прикладная механика и техническая физика, 2009. – Т.50, №6. – С. 90–99.

96. *Радченко В. П., Саушкин М. Н., Голудин Е. П.* Стохастическая модель неизотермической ползучести и длительной прочности материалов // Прикладная механика и техническая физика. 2012. – Т. 53, № 2. – С. 167–174.

97. Радченко В. П., Саушкин М. Н., Куров А. Ю. Метод расчёта остаточных напряжений в надрезах с полукруглым профилем в полом поверхностно упрочнённом цилиндрическом образце // Прикладная механика и техническая физика. 2013. – Т. 54, № 4. – С. 150–157.

98. Радченко В. П., Саушкин М. Н., Смыслов В. А. Моделирование напряженно-деформированного состояния в упрочнённом слое элементов конструкций для различных упрочняющих технологий // Ресурс и диагностика материалов и конструкций. Тезисы докладов IV Российской научно-технической конференции. – Екатеринбург, 2009. – С. 152.

99. Радченко В. П., Смыслов В. А. Кинетика напряжённо-деформированного состояния в упрочнённом цилиндрическом образце в условиях температурносилового нагружения // Материалы Четвёртой международной конференции «Математическая физика и её приложения» – Самара, 2014 – С. 295.

100. Сазанов В. П., Чирнов А. В., Самойлов В. А., Ларионова Ю. С. Моделирование перераспределения остаточных напряжений в упрочнённых цилиндрических образцах при опережающем поверхностном пластическим деформировании // Вестник СГАУ. – 2011. – № 3(27). Часть 3. – С. 171–174.

101. *Самарин Ю. П.* Построение экспоненциальных аппроксимаций для кривых ползучести методом последовательного выделения экспоненциальных слагаемых // Проблемы прочности. – 1974. – №9. – С.24–27.

102. *Самарин Ю. П.* Уравнения состояния материалов со сложными реологическими свойствами. Куйбышев. Куйб. госуниверситет. – 1979. – 84с.

103. *Саушкин М. Н., Афанасьева О. С.* Исследование процесса релаксации остаточных напряжений в поверхностно упрочнённом слое отверстия диска газотурбинного двигателя // Вестник Самарск. госуд. техн. ун-та. Сер.: Физ.-мат. науки. – 2007. – № 2(15). – С. 51–59.

104. *Саушкин М. Н., Афанасьева О. С.* Схема «мягкого нагружения» для расчёта релаксации остаточных напряжений в поверхностно упрочнённом слое цилиндра при ползучести // Вестник Самарск. госуд. техн. ун-та. Сер.: Физ.-мат. науки. – 2008. – № 2(17). – С. 133–142.

105. Саушкин М. Н., Афанасьева О. С., Дубовова Е. В., Просвиркина Е. А. Схема расчёта полей остаточных напряжений в цилиндрическом образце с учётом организации процесса поверхностного пластического деформирования // Вестник Самарск. госуд. техн. ун-та. Сер.: Физ.-мат. науки. – 2008. – № 1(16). – С. 85–89.

106. *Саушкин М. Н., Афанасьева О. С., Просвиркина Е. А.* Оценка релаксации остаточных напряжений в упрочнённой вращающейся лопатке при ползучести // Вестник Самарск. госуд. техн. ун-та. Сер.: Физ.-мат. науки. – 2007. – № 1(14). – С. 62–70.

107. Саушкин М. Н., Афанасьева О. С., Смыслов В. А. Математическое моделирование напряженно-деформированного состояния в цилиндрических изделиях после процедуры анизотропного поверхностного упрочнения // Механика микронеоднородных материалов и разрушение. Тезисы докладов VI Российской научнотехнической конференции. Екатеринбург. – 2010. – С.121.

108. *Саушкин М. Н., Кирпичёв В. А., Афанасьева О. С., Иванов Д. В.* Расчётноэкспериментальные исследования устойчивости остаточных напряжений в упрочнённом слое цилиндрического изделия к температурным нагрузкам // Вестник Самарск. госуд. техн. ун-та. Сер.: Физ.-мат. науки. – 2009. – № 1(18). – С. 101–113.

109. Саушкин М. Н., Кирпичёв В. А., Смыслов В. А. Напряженнодеформированное состояние поверхностно-упрочнённого слоя цилиндрического изделия // Физика прочности и пластичности материалов. Сборник тезисов докладов XVII Международной конференции. – Самара, 2009. – С. 231.

110. *Саушкин М. Н., Кирпичёв В. А., Смыслов В. А.* Феноменологический подход к моделированию напряжённо-деформированного состояния в поверхностно упрочнённом слое цилиндрического изделия // Вестник Самарск. госуд. техн. ун-та. Сер.: Физ.-мат. науки. – 2009. – № 1(18). – С. 159–168.

111. *Саушкин М. Н., Куров А. Ю*. Анализ напряжённого состояния в надрезах полукруглого профиля после опережающего поверхностного пластического деформирования сплошных цилиндрических образцов // Вестник Самарск. госуд. техн. ун-та. Сер.: Физ.-мат. науки. – 2012. – № 1(26). – С. 133–140.

112. Саушкин М. Н., Куров А. Ю. Конечно-элементное моделирование напряжённо-деформированного состояния периодической системы концентраторов после процедуры опережающего пластического деформирования // Материалы VIII Всероссийской конференции по механике деформируемого твёрдого тела. – Чебоксары: Чувашский гос. пед. ун-т, 2014. – С. 179–181.

113. *Саушкин М. Н., Куров А. Ю*. Конечно-элементное моделирование распределения остаточных напряжений в сплошных упрочнённых цилиндрических образцах и образцах с полукруглым надрезом // Вестник Самарск. госуд. техн. унта. Сер.: Физ.-мат. науки. – 2011. – № 3(24). – С. 72–78.

114. *Саушкин М. Н., Куров А. Ю., Смыслов В. А.* Исследование влияния геометрии концентратора на формирование остаточных напряжений поверхностно упрочнённых цилиндрических образцов // Механика микронеоднородных материалов и разрушение: тезисы VII Российской конференции (23–27 апреля 2012 г.). – Екатеринбург, ИМАШ УрО РАН, 2012. – С. 138.

115. *Саушкин М. Н., Овсянкин Е. Ю*. Расчёт релаксации остаточных напряжений в поверхностно упрочнённом слое толстостенной трубы при ползучести // Вестник Самарск. госуд. техн. ун-та. Сер.: Физ.-мат. науки. – 2002. – № 16. – С. 62–72.

116. *Саушкин М. Н., Смыслов В. А.* Блок расчёта начального напряжённодеформированного состояния конструкций в программном комплексе STRELAX // Вестник Самарск. госуд. техн. ун-та. Сер.: Физ.-мат. науки. – 2010. – №5(21). – С.318–321.

117. Свешников Д. А., Кудрявцев Н. А., Гуляева Н. А. и др. Сопротивление усталости цементованных и цианированных сталей применительно к зубчатым колёсам // Вопросы прочности и долговечности машиностроительных материалов и деталей. – М.: ВНИИТМАШ, ОНТИ, 1966. – С. 48–55.

118. *Серебренников* Г. 3. Определение концентрации остаточных напряжений на дне кругового надреза // Заводская лаборатория. – 1969. – № 11. – С. 575–583.

119. Серебряков В. И. Формирование остаточных напряжений при единичном ударе // Проблемы повышения качества, надёжности и долговечности деталей машин и инструментов. – Брянск: Брянск. ин-т трансп. машиностр., 1992. – С. 68–72.

120. *Серенсен С. В., Борисов С. П., Бородин Н.* К вопросу об оценке сопротивления усталости поверхностно упрочнённых образцов с учётом кинетики остаточной напряжённости // Проблемы прочности. – 1969. – № 2. – С. 3–7. 121. Смыслов В. А. Автоматизация расчета полей остаточных напряжений при поверхностном упрочнении концентратора и цилиндра // Актуальные проблемы современной науки. Труды 5-го Международного форума молодых ученых. Части 1-3. Математика. Математическое моделирование. Механика. – Самара: СамГТУ, 2010. – С. 218-222.

122. Смыслов В. А. Аппроксимация поля остаточных напряжений при поверхностном упрочнении цилиндрического изделия // Актуальные проблемы современной науки. Труды 4-го Международного форума молодых ученых. Части 1-3. Математика. Математическое моделирование. Механика. – Самара: СамГТУ, 2008. – С. 234-237.

123. Смыслов В. А. Математическое и программное обеспечение для моделирования напряжённо–деформированного состояния упрочнённых цилиндрических образцов в условиях высокотемпературного нагружения // Материалы VIII Всероссийской конференции по механике деформируемого твёрдого тела (Чебоксары, 16–21 июня 2014 г.): в 2 ч. Ч. 2. / под ред. Н. В. Морозова, Б. Г. Миронова, А. В. Манжирова. – Чебоксары: Чуваш. гос. пед. ун-т, 2014. – С. 168-170.

124. *Смыслов В. А.* Математическое моделирование напряжённодеформированного состояния при поверхностном упрочнении конструкций // Научному прогрессу – творчество молодых. Сборник материалов Международной молодежной научной конференции по естественным и техническим дисциплинам. – Йошкар-Ола, 2010. – С. 111.

125. *Смыслов В. А.* Методика восстановления напряженнодеформированного состояния после поверхностного пластического упрочнения цилиндрического изделия // Научному прогрессу – творчество молодых. Тезисы докладов Международной научной молодёжной конференции по естественным и техническим дисциплинам. – Йошкар-Ола, МарГУ, 2009. – С. 101–103.

126. Смыслов В. А. Разработка математического и программного обеспечения для численного решения краевых задач механики упрочнённых конструкций //

Всероссийская конференция «Актуальные проблемы математики и механики», посвящённая 75-летию д.ф.-м.н., профессора Г.И. Быковцева. – Самара, СамГУ. – 2013.

127. *Смыслов В. А.* Расчёт полей остаточных напряжений и упругих деформаций при нагреве цилиндрического изделия // Вестник Самарск. госуд. техн. унта. Сер.: Техн. науки. – 2013. – №4(40). – С.120-125.

128. Смыслов В. А. Решение краевых задач механики упрочнённых конструкций в цилиндрической системе координат // Математическое моделирование и краевые задачи: Труды девятой Всероссийской конференции с международным участием. Ч. 1: Математические модели механики, прочности и надёжности элементов конструкций. – Самара: СамГТУ, 2013. – С. 212-217.

129. *Смыслов В. А.* Численные методы и программное обеспечение решения задач расчёта напряжённо-деформированного состояния упрочнённых цилиндрических тел // XVIII Зимняя школа по механике сплошных сред. Тезисы докладов. – Пермь, 2013. – С. 320.

130. *Степнов М. Н.* Поверхностное упрочнение наклёпом алюминиевых сплавов АК4-1 и ВД17 // Труды МАТИ. – 1969. – № 37. – С.61–62.

131. *Сулима А. М., Евстигнеев М. И.* Качество поверхностного слоя и усталостная прочность деталей из жаропрочных и титановых сплавов. – М.: Машиностроение. – 1974. – 256 с.

132. *Сургутанова Ю. Н.* Закономерности формирования остаточных напряжений в неоднородном поверхностном слое: Автореф. дис... канд. техн. наук: 01.02.04 / СГАУ. – Самара, 2001. – 16 с.

133. Технологические остаточные напряжения / *Под ред. А. В. Подзея.* – М.: Машиностроение, 1973. – 216 с.

134. *Туманов А. Т.* Справочник по авиационным материалам. – М.: Машиностроение. – 1965. – Том 3.- – 632 с. 135. *Туровский М. Л*. Остаточные напряжения во впадинах зубьев цементованных шестерён // Вестник машиностроения. – 1971. – № 9. – С. 38–40.

136. *Туровский М. Л., Шифрин Н. М.* Концентрация напряжений в поверхностном слое цементованной стали // Вестник машиностроения. – 1970. – № 11. – С. 37–40.

137. Упрочнение и отделка деталей поверхностным пластическим деформированием: Справочник. – М.: Машиностроение, 1987. – 327 с.

138. *Фокин В. Г.* Определение остаточных напряжений в неоднородных и анизотропных деталях: Дис... канд. техн. наук / КуАИ. – Куйбышев, 1974. – 147 с.

139. *Фрейдин Э. И.* Исследование остаточных напряжений в резьбе болтов авиационных ГТД: Дис... канд. техн. наук / КуАИ. – Куйбышев, 1981. – 138 с.

140. *Фукс М. Л.* Остаточные напряжения и их исследование методом рентгеновской тензометрии // Заводская лаборатория. – 1970. – № 7. – С. 796–799.

141. *Цейтлин В. И., Колотникова О. В.* Релаксация остаточных напряжений в деталях турбины ГТД в процессе эксплуатации // Проблемы прочности. – 1980. – № 8. – С. 46–48.

142. *Чепа П. А.* Анализ процесса формирвоания остаточных напряжений при упрочнении деталей поверхностным деформированием // Проблемы прочности. – 1980. – № 11. – С. 100–104.

143. *Чернышев Г. Н., Попов А. Л., Козинцев В. М. и др.* Остаточные напряжения в деформируемых твёрдых телах. – М.: Физматлит, 1996. – 240 с.

144. Шапарин А. А. Алгоритм расчёта остаточных напряжений при ППД обкатыванием / Деп. в ВИНИТИ 20.06.97; № 2061-В97. – М., 1997. 145. *Belassel M*. Residual Stress Measurement using X-Ray Diffraction Techniques, Guidelines and Normative Standards // *SAE Int. J. Mater. Manf* – 2012. –*No*. 5(2). – Pp. 352–356.

146. *Bergstrom J.* Relaxation of residual stresses during cyclic loading // Adv. Surface Treat.: Technol., Appl., Eff. – 1986. – Vol. 3. – Pp. 97–111.

147. *Bergstrom J., Ericsson T.* Relaxation of shot peened include compressive stress during fatigue of notched steel samples // Surface Eng. – 1986. – Vol. 2. no. 2. – Pp. 15–120.

148. *Besserdich G., Scholtes B., Muller H. et. al* Consequences of transformation plasticity on the development of residual stresses and distortion during martensitic hardening of SAE4140 steel cylinders // Steel Res. – 1994. – Vol. 65, no. 1. – Pp. 41–46.

149. *Buchanan D. J., John R*. Relaxation of shot peened residual stresses under creep loading // Scripta Materialia. – 2008. – no. 59. – Pp. 286–289.

150. *Chenq W., Finnic T.* Examination of the computational model or the layerremoval method for residual-stresses measurement // Exp. Mech. – 1986. – no. 2. – Pp. 150–154.

151. *Cseh D., Mertinger V.* X-Ray Diffraction Measurements of Residual Stress Induced by Surface Compressing Methods // Materials Science Forum. – 2012. – Pp. 199-204.

152. *Designes M., Gentil B., Castex L.* Fatigue progressing of shot peened steel residual stresses // Sci. and Technol. Int. Conf. – Vol. 1. – Oberwisel et al., 1987. – Pp. 441–448.

153. *Doi H*. Ni base alloys: Creep and rupture data of superalloys // Creep Properties of Heat Resistant Steels and Superalloys: Landolt–Bornstein–Group VIII Advanced Materials and Technologies / Ed. by K. Yagi, G. Merckling, T.–U. Kern et al. – Vol. 2B. – Springer Berlin Heidelberg, 2004. – Pp. 336–340. 154. *Gambin W.* Plastic analysis of metal surface layers undergoing the roller burnishing process // Eng. Trans. – 1996. – Vol. 44, no. 3–4. – Pp. 471–481.

155. *Gambin W*. Estimation of residual stresses in metal surface layers after the roller burnishing process // Mech. teor. I stosow. – 1997. – Vol. 35, no. 1. – Pp. 43–55.

156. *Hill R*. The Mathematical Theory of Plasticity. – Oxford University Press Inc. – 2004. – 357 pp.

157. *Hoffmann J., Scholtes B., Vöhringer O. et al.* Thermal relaxation of shot peening residual stresses in the differently heat treated plain carbon steel Ck 45 // Shot Peening: Sci., Technol., Appl.: Pap. 3 Int. Conf. – Oberwisel et al., 1987. Pp. 360–367.

158. *Hoffmann J. E., Zgani M., Scholz D. et. al.* X-ray Residual Stress Analysis of Nitrided Low Alloyed Steels. Materials Testing. – 2011. – Vol. 54, No. 6. – Pp. 395-407.

159. *Khadraoui M., Cao W., Castex L. et al.* Experimental investigations and modeling of relaxation behavior of shot peening residual stresses at high temperature for nickel superalloys // Mater. Sci. and Technol. – 1997. – Vol. 13, no. 4. – Pp. 360–367.

160. *Kudryavtsev Yu., Kleiman Ja* Residual stress management in welding: measurement, fatigue analysis and improvement treatments// TPWJ. – 2013. – no.10/11. – Pp. 135–141.

161. *Lee Dong-Woo, Cho Seok-Swoo* Comparison of X-ray Residual Stress Measurements for Rolled Steels // International journal of precision engineering and manufacturing. – 2011. – Vol. 12, No. 6. – Pp. 1001–1008.

162. *Nair P. K.* Residual stresses of types II and III and their estimation // Sadhana. – 1995. – Vol. 20, no. 1. – Pp. 122–126.

163. *Pechersky, M. J.* Determination of residual stresses by thermal relaxation and speckle correlation interferometry // Strain. – 2002. – Vol. 38, no.4. – Pp. 141–149.

164. STRELAX: свид. о гос. регистрации программы для ЭВМ № 2013619758 / Смыслов В. А., Саушкин М. Н.; правообладатель Смыслов В. А. – заявка № 2013615774; заявл. 09.07.2013; зарегистр. 14.10.2013.

165. Т-јитр: свид. о гос. регистрации программы для ЭВМ № 2014614005 / Смыслов В. А.; правообладатель Смыслов В. А. – заявка № 2014611458; заявл. 25.02.2014; зарегистр. 14.04.2014.

166. *Takakuwa O., Soyama H.* Optimizing the Conditions for Residual Stress Measurement Using a Two-Dimensional XRD Method with Specimen Oscillation // Advances in Materials Physics and Chemistry. – 2013. – No. 3. – Pp. 8–18.

167. Wang S.-w., Nishida S.-i., Hattori N. et. al. Effect of plastic deformation by roller-working on fatigue strength of notched specimen // JSME Int. J. A. – 2000. – Vol. 43, no. 4. – Pp. 415–422.

168. *Wern H*. A new approach to trixial residual stress evaluation by the hole drilling method // Strain. – 1997. Vol. 33, no. 4. – Pp. 121–125.

169. *Wern H., Gavelius R., Sclafer D.* A new method to determine trixial nonuniform residual stresses from measurement using the hole drilling method // Strain. – 1997. – Vol. 33, no. 2. – Pp. 39–45.
# Точное численное решение задачи о релаксации напряжений в упрочнённом сплошном цилиндре при ползучести

Рассмотрим находящийся под действием растягивающей продольной силы F(t) сплошной цилиндрический образец радиуса a, в поверхностном слое которого наведены поля остаточных напряжений и пластических деформаций в условиях ползучести материала.

Постановка краевой задачи в любой момент времени *t* включает:

уравнения равновесия

$$r\frac{d\sigma_r(r,t)}{dr} + \sigma_r(r,t) = \sigma_\theta(r,t); \qquad (\Pi.1)$$

$$\int_{0}^{a} \sigma_{z}(r,t) r dr = \frac{F(t)}{2\pi},\tag{\Pi.2}$$

где  $\sigma_r(r,t)$ ,  $\sigma_{\theta}(r,t)$ ,  $\sigma_z(r,t)$  – радиальная, окружная и осевая компоненты тензора напряжений в цилиндре соответственно;

- уравнение совместности деформаций

$$r\frac{d\varepsilon_{\theta}(r,t)}{dr} + \varepsilon_{\theta}(r,t) = \varepsilon_{r}(r,t), \qquad (\Pi.3)$$

где  $\varepsilon_r(r,t)$ ,  $\varepsilon_{\theta}(r,t)$  – радиальная и окружная компоненты тензора полных деформаций;

- гипотезу плоских сечений:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{z}(\boldsymbol{r},t) = \boldsymbol{\varepsilon}_{z}^{*}(t), \qquad (\Pi.4)$$

где  $\varepsilon_{z}(r,t)$  осевая компонента тензора полных деформаций;

- краевые условия

$$\left. \boldsymbol{\sigma}_r(r,t) \right|_{r=0} = 0. \tag{\Pi.5}$$

Главные компоненты тензора полной деформации цилиндрического образца  $\varepsilon_i^0$  ( $i \equiv r, \theta, z$ ), приобретённой в результате упрочняющей обработки, представим в следующем виде:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{i}^{0}(\boldsymbol{r}) = \boldsymbol{e}_{i}^{0}(\boldsymbol{r}) + \boldsymbol{q}_{i}(\boldsymbol{r}), \qquad (\Pi.6)$$

где  $e_i^0(r)$  и  $q_i(r)$  ( $i \equiv r, \theta, z$ ) – главные компоненты тензора упругих деформаций и тензора пластических деформаций соответственно.

Сформулируем начальные условия. Непосредственно после упрочнения (в момент времени t = 0 - 0) напряжённо-деформированное состояние цилиндра описывается напряжениями  $\sigma_i^{res}(r)$  ( $i \equiv r, \theta, z$ ) и соотношениями для деформаций, следующими из (П.6) и закона Гука:

$$\begin{aligned} \varepsilon_r^0(r) &= \left[ \left. \sigma_r^{res}(r) - \mu \left( \sigma_{\theta}^{res}(r) + \sigma_z^{res}(r) \right) \right] \right/ E + q_r(r), \\ \varepsilon_{\theta}^0(r) &= \left[ \left. \sigma_{\theta}^{res}(r) - \mu \left( \sigma_r^{res}(r) + \sigma_z^{res}(r) \right) \right] \right/ E + q_{\theta}(r), \\ \varepsilon_z^0(r) &= \left[ \left. \sigma_z^{res}(r) - \mu \left( \sigma_r^{res}(r) + \sigma_{\theta}^{res}(r) \right) \right] \right/ E + q_z(r). \end{aligned}$$

Пусть в момент времени t = 0 + 0 к цилиндру приложена продольная растягивающая сила  $F_0 = \sigma_{z0} \pi a^2$  ( $\sigma_{z0}$  – осевое напряжение). В этом случае происходит «упругий» скачок осевых напряжений:

$$\sigma_z(r,0+0) = \sigma_z^{res}(r) + \sigma_{z0} \tag{\Pi.7}$$

и как следствие – скачок деформаций:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{r}^{0}(r,0+0) &= \left[ \sigma_{r}^{res}(r) - \mu \left( \sigma_{\theta}^{res}(r) + \sigma_{z}^{res}(r,0+0) \right) \right] / E + q_{r}(r), \\ \varepsilon_{\theta}^{0}(r,0+0) &= \left[ \sigma_{\theta}^{res}(r) - \mu \left( \sigma_{r}^{res}(r) + \sigma_{z}^{res}(r,0+0) \right) \right] / E + q_{\theta}(r), \\ \varepsilon_{z}^{0}(r,0+0) &= \left[ \sigma_{z}^{res}(r,0+0) - \mu \left( \sigma_{r}^{res}(r) + \sigma_{\theta}^{res}(r) \right) \right] / E + q_{z}(r). \end{aligned}$$
(II.8)

Соотношения (П.7), (П.8), задающие исходное напряжённо-деформированное состояние цилиндра после поверхностного пластического деформирования и нагружения цилиндра продольной растягивающей силой, являются начальными данными краевой задачи.

Уравнения (П.3)–(П.8) замыкаются определяющими соотношениями в дифференциальной форме, связывающими компоненты тензоров деформаций ползучести и напряжений (нагрузка  $F_0$  такова, что дополнительные пластические деформации в сечении цилиндра не возникают).

В цилиндре, в котором наведены поля пластических деформаций, компоненты тензора полной деформации в любой момент времени *t* представляются в виде суммы

$$\varepsilon_{i}(r,t) = e_{i}(r,t) + q_{i}(r) + p_{i}(r,t), \quad (i \equiv r, \theta, z),$$
(II.9)

где  $p_i(r,t)$  – деформация ползучести, рассчитываемая по любой теории ползучести, адекватно описывающей соответствующие экспериментальные данные.

При высоких температурах и нагрузке в упрочнённом цилиндрическом образце происходит перераспределение (релаксация) наведённых остаточных напряжений за счёт деформации ползучести. Для того чтобы описать процесс релаксации, систему уравнений (П.1)–(П.9) необходимо разрешить относительно напряжений  $\sigma_i^{res}(r,t)$  ( $i \equiv r, \theta, z$ ), что и является целью дальнейшего исследования.

Для осевой компоненты  $\boldsymbol{\varepsilon}_{z}$ из (П.4) и (П.9) получаем

$$e_z(r,t) + q_z(r) + p_z(r,t) = \varepsilon_z^*(t).$$
 (II.10)

Запишем закон Гука для упругих деформаций:

$$e_r^0(r,t) = \left[\sigma_r^{res}(r) - \mu \left(\sigma_{\theta}^{res}(r) + \sigma_z^{res}(r,0+0)\right)\right] / E; \qquad (\Pi.11)$$

$$e_{\theta}^{0}(r,t) = \left[\sigma_{\theta}^{res}(r) - \mu \left(\sigma_{r}^{res}(r) + \sigma_{z}^{res}(r,0+0)\right)\right] / E; \qquad (\Pi.12)$$

$$e_z^0(r,t) = \left[\sigma_z^{res}(r,0+0) - \mu \left(\sigma_r^{res}(r) + \sigma_\theta^{res}(r)\right)\right] / E.$$
(II.13)

Учитывая (П.13), из (П.10) находим

$$\left[\sigma_z^{res}(r) - \mu \left(\sigma_r^{res}(r) + \sigma_{\theta}^{res}(r, 0+0)\right)\right] / E + q_z(r) + p_z(r, t) = \varepsilon_z^*(t),$$

откуда следует

$$\sigma_{z}(r,t) = \left[\varepsilon_{z}^{*}(t) - q_{z}(r) - p_{z}(r,t)\right]E + \mu\left(\sigma_{r}(r,t) + \sigma_{\theta}(r,t)\right). \tag{\Pi.14}$$

Вычитая из (П.11) уравнение (П.12), исключим компоненту  $\sigma_z$ :

$$e_r(r,t) - e_{\theta}(r,t) = (1+\mu) \left[ \sigma_r(r,t) - \sigma_{\theta}(r,t) \right] / E.$$
 (II.15)

С учётом уравнения (П.1) соотношение (П.15) принимает вид

$$e_r(r,t) - e_{\theta}(r,t) = -\frac{(1+\mu)}{E} \left( r \frac{d\sigma_r(r,t)}{dr} \right). \tag{\Pi.16}$$

Продифференцируем соотношение (П.12) по *г* :

$$\frac{de_{\theta}(r,t)}{dr} = \frac{1}{E} \left[ \frac{d\sigma_{\theta}(r,t)}{dr} - \mu \left( \frac{d\sigma_r(r,t)}{dr} + \frac{d\sigma_z(r,t)}{dr} \right) \right]. \tag{\Pi.17}$$

Здесь и далее переменная *t* является параметром, поэтому в преобразованиях используется оператор полной производной по переменной *r*.

Дифференцируя (П.14) по переменной *r* с учётом условия  $d\varepsilon_z^*(t)/dr = 0$  и подставляя полученное соотношение в (П.17), находим

$$\frac{de_{\theta}(r,t)}{dr} = \frac{1+\mu}{E} \left[ (1-\mu)\frac{d\sigma_{\theta}(r,t)}{dr} - \mu\frac{d\sigma_{r}(r,t)}{dr} + \frac{\mu}{1+\mu}\left(\frac{dq_{z}(r)}{dr} + \frac{dp_{z}(r,t)}{dr}\right) \right]. \quad (\Pi.18)$$

Из уравнений (П.1), (П.12) следует

$$\frac{d\sigma_{\theta}(r,t)}{dr} = 2\frac{d\sigma_r(r,t)}{dr} + r\frac{d^2\sigma_r(r,t)}{dr^2}.$$
(II.19)

С использованием (П.19) исключим из (П.18) величину  $d\sigma_{\theta}/dr$ :

$$\frac{de_{\theta}(r,t)}{dr} = \frac{1+\mu}{E} \left[ r(1-\mu)\frac{d^2\sigma_r(r,t)}{dr^2} + (2-3\mu)\frac{d\sigma_r(r,t)}{dr} + \frac{\mu E}{1+\mu} \left(\frac{dq_z(r)}{dr} + \frac{dp_z(r,t)}{dr}\right) \right].$$
(II.20)

С учётом (П.9), (П.16) уравнение (П.3) преобразуем к виду

$$r\frac{de_{\theta}(r,t)}{dr} = -\frac{1+\mu}{E} \left( r\frac{d\sigma_{r}(r,t)}{dr} \right) + \left( q_{r}(r) - q_{\theta}(r) \right) + \left( p_{r}(r,t) - p_{\theta}(r,t) \right) - r \left( \frac{dq_{\theta}(r)}{dr} + \frac{dp_{\theta}(r,t)}{dr} \right).$$
(II.21)

Подставляя (П.20) в (П.21), с учётом  $q_z = \alpha q_{\theta}$ ,  $q_r = -q_{\theta}(1+\alpha)$  получаем обыкновенное дифференциальное уравнение относительно  $\sigma_r$ :

$$r^{2}\frac{d^{2}\sigma_{r}(r,t)}{dr^{2}} + 3r\frac{d\sigma_{r}(r,t)}{dr} = g(r,t)$$
(II.22)

с граничными условиями

$$\sigma_r(r,t)\Big|_{r=a} = 0, \quad \lim_{r \to 0} \frac{d \,\sigma_r(r,t)}{dr} = 0.$$
 (II.23)

Здесь

$$g(r,t) = \frac{E}{1-\mu^2} \left[ \frac{2+\alpha}{1+\alpha} q_r(r) + p_r(r,t) - p_{\theta}(r,t) - r\left(\frac{dp_{\theta}(r,t)}{dr} + \mu \frac{dp_z(r,t)}{dr}\right) + \frac{r}{1+\alpha} (1+\alpha\mu) \frac{dq_r(r)}{dr} \right].$$

С учётом (П.23) решение (П.22) записывается следующим образом:

$$\sigma_r(r,t) = -\int_r^a \frac{1}{\xi^3} \left( \int_0^{\xi} g(\eta,t) \eta d\eta \right) d\xi.$$
(II.24)

Зная  $\sigma_r$ , из (П.12) определяем  $\sigma_{\theta}$ :

$$\sigma_{\theta}(r,t) = \sigma_r(r,t) + r \frac{d\sigma_r(r,t)}{dr}.$$
(II.25)

Для определения  $\sigma_z(r,t)$  по формуле (П.14) необходимо знать величину  $\varepsilon_z^*(t)$ . Подставляя (П.14) в (П.3), получаем уравнение относительно  $\varepsilon_z^*(t)$ , из которого следует, что

$$\varepsilon_z^*(t) = \frac{1}{E} \sigma_{z0} + \frac{2}{a^2} \int_0^a \left( q_z(r) + p_z(r,t) - \frac{\mu}{E} \left( \sigma_r(r,t) + \sigma_\theta(r,t) \right) \right) r dr.$$

Зная  $\mathbf{\epsilon}_{z}^{*}(t)$ , из (П.14) находим  $\mathbf{\sigma}_{z}$ :

$$\sigma_{z}(r,t) = \left[\varepsilon_{z}^{*} - q_{z}(r) - p_{z}(r,t)\right]E + \mu\left[\sigma_{r}(r,t) + \sigma_{\theta}(r,t)\right]. \tag{\Pi.26}$$

Таким образом, соотношения (П.24)–(П.26) позволяют определить кинетику напряжений в цилиндрическом образце при ползучести, причём  $\sigma_i(r,0) = \sigma_i^{res}(r)$ , поскольку  $p_i(r,0) = 0$  ( $i \equiv r, \theta, z$ ).

При t > 0 деформации ползучести  $p_i(r,t)$   $(i \equiv r, \theta, z)$  рассчитываются по напряжениям  $\sigma_i(r,t)$  в соответствии с выбранной теорией ползучести.

## Метод колец и полосок для определения остаточных напряжений в упрочнённом цилиндрическом образце

Рассмотрим цилиндрический образец, в поверхностном слое которого наведены поля остаточных напряжений. Для определения этих напряжений в области сжатия деталь предварительно рассверливается и растачивается до толщины стенки 1,1–1,2 мм ( $D_1$ = 10мм), 1,4–1,6 ( $D_1$  = 15мм), 2,3–2,5 ( $D_1$  = 25мм), 2,5–2,7 ( $D_1$  = 40мм), 2,8–3,0 ( $D_1$  = 50 мм), где  $D_1$  – наружный диаметр детали (образца). Дополнительные осевые  $\sigma_{z\partial}$  и окружные  $\sigma_{\theta\partial}$  остаточные напряжения за счёт расточки определяются по формулам работы [9]:

$$\sigma_{z\partial} = \frac{E}{1 - \mu^2} (\varepsilon_{z\partial} + \mu \varepsilon_{\theta\partial}), \tag{II.27}$$
$$\sigma_{\theta\partial} = \frac{E}{1 - \mu^2} (\varepsilon_{\theta\partial} + \mu \varepsilon_{z\partial}), \tag{II.27}$$

где E – модуль Юнга,  $\mu$  – коэффициент Пуассона,  $\varepsilon_{z\partial}$ ,  $\varepsilon_{\theta\partial}$  – деформации цилиндра на внешней поверхности в осевом и окружном направлениях соответственно в результате расточки, измеренные тензорезисторами.

Из полученных втулок вырезаются кольца и полоски (рис. П.2), производится измерение прогиба полосок f(0) (рис. П.3), затем измеряется расхождение концов колец после разрезки  $\Delta(0)$  (рис. П.4, а), по которому определяется изменение диаметра

$$\sigma(0) = \frac{\Delta(0)}{\pi}.\tag{\Pi.28}$$

Далее производится удаление слоёв колец и измерение диаметра  $\delta(a)$  (рис. П.4, б). При удалении слоёв полосок измеряются их прогибы f(a) по схеме рис. П.1. Удаление слоёв полосок, колец и измерение возникающих при этом перемещений производилось с помощью специального приспособления (рис. П.3).



Рис. П.1. Схема измерения прогибов детали после удаления части цилиндрической поверхности



Рис. П.2. Кольцо (а) и полоска (б), вырезанные из втулки

Остаточные напряжения втулки определяются по формулам [32]:

$$\sigma_{\theta}^{e} - \mu \sigma_{z}^{e} = 2 \frac{E \sigma(0)}{D^{2}} \left( \frac{h}{2} - a \right) - \frac{1}{3} \frac{E(h-a)^{2}}{D} \frac{d \sigma(a)}{da} + \frac{4E(h-a)}{3D^{2}} \sigma(a) - \frac{2E}{3D^{2}} \sigma(a) \int_{0}^{a} \sigma(\xi) d\xi; \qquad (\Pi.29)$$

$$\sigma_{z}^{e}(a) - \mu \sigma_{\theta}^{e}(a) = \frac{8E}{l^{2} R_{\mu} (2R_{\mu} \sin \frac{\alpha}{2} - R_{c} \alpha)} \left[ f(a) \frac{dI(0)}{da} + I(0) \frac{df(a)}{da} \right], \qquad (\Pi.30)$$

где *D* – средний диаметр кольца, *h* – толщина стенки кольца, *a* – расстояние от наружной поверхности втулки до слоя, в котором вычисляли остаточное напря-

жение,  $\xi$  – расстояние от наружной поверхности до текущего слоя,

 $R_{c} = \frac{4\sin\frac{\alpha}{2}}{3\alpha} \frac{R_{H}^{3} - R_{e}^{3}}{R_{H}^{2} - R_{e}^{2}} -$ радиус центра тяжести поперечного сечения полоски,

$$I(a) = \frac{\alpha + \sin \alpha}{8} \Big[ (R_{\mu} - a)^4 - R_{\theta}^4 \Big] - \frac{8\sin \frac{\alpha}{2}}{\alpha} \frac{\Big[ (R_{\mu} - a)^3 - R_{\theta}^3 \Big]^2}{\Big[ (R_{\mu} - a)^2 - R_{\theta}^3 \Big]} - \text{момент инерции по-$$

перечного сечения полоски относительно нейтральной оси.

Окончательные формулы для определения осевых  $\sigma_z(a)$  и  $\sigma_g(a)$  окружных остаточных напряжений в гладких цилиндрических деталях имеют следующий вид:

$$\sigma_{z}(a) = \frac{1}{1-\mu^{2}} \Big[ \sigma_{zn}^{\theta}(a) + \mu \sigma_{\theta\kappa}^{\theta}(a) \Big] - \sigma_{z\partial},$$
  
$$\sigma_{\theta}(a) = \frac{1}{1-\mu^{2}} \Big[ \sigma_{\theta\kappa}^{\theta}(a) + \mu \sigma_{zn}^{\theta}(a) \Big] - \sigma_{\theta\partial},$$

где  $\sigma_{zn}^{e}(a) = \sigma_{z}^{e}(a) - \mu \sigma_{\theta}^{e}(a), \ \sigma_{\theta n}^{e}(a) = \sigma_{\theta}^{e}(a) - \mu \sigma_{z}^{e}(a)$  определяются по формулам (П.29) и (П.30), а  $\sigma_{z\partial}, \ \sigma_{\theta\partial}$  – по формуле (П.28).



Рис. П.3. Схема измерения прогиба полоски f(0) после вырезки



Рис. П.4. Схема измерения перемещений кольца: а – после разрезки, б – после разрезки и удаления слоя толщиной *а* 

### Свидетельства о государственной регистрации программ для ЭВМ



Рис. П.5. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ STRELAX № 2013619758 от 14 октября 2013г



Рис. П.6. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ Т-jump № 2014614005 от 14 апреля 2014г

## Акт о внедрении результатов диссертационной работы в учебный процесс



об использовании результатов диссертационной работы В. А. Смыслова «Методы расчёта остаточных напряжений в упрочнённых цилиндрических образцах при температурно-силовом нагружении в условиях ползучести», представленной на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук, в учебном процессе Самарского государственного технического университета

Комиссия в составе начальника управления высшего и послевузовского профессионального образования университета к. э. н., доцента О. Ю. Ерёмичевой, заведующего кафедрой «Прикладная математика и информатика» д. ф.-м. н., профессора В. П. Радченко и председателя методического совета инженерно-экономического факультета к. э. н., доцента Е. Н. Ермошкиной составила настоящий акт о том, что в учебном процессе Самарского государственного технического университета использованы следующие результаты кандидатской диссертации В. А. Смыслова «Методы расчёта остаточных напряжений в упрочнённых цилиндрических образцах при температурно-силовом нагружении в условиях ползучести»:

- 1. Феноменологический метод восстановления полной картины напряжённодеформированного состояния анизотропно упрочнённого полого цилиндрического образца, а так же методика идентификации параметров математической модели по частично известной экспериментальной информации включены в лекционный материал следующих дисциплин: «Реологические модели», «Математические модели механики сплошных сред».
- 2. Прямой метод решения краевой задачи о релаксации остаточных напряжений в упрочнённом внешнем поверхностном слое полого цилиндра включён в лекционный материал дисциплины «Численные методы решения краевых задач».
- 3. Программный комплекс STRELAX, предназначенный для решения краевых задач механики анизотропно упрочнённых изделий, используется при выполнении лабораторных работ по дисциплине «Математические модели механики сплошных сред».

Начальник УВО СамГТУ к. э. н., доцент

Зав. кафедрой ПМиИ д. ф.-м. н., профессор

Председатель МС ИЭФ к. э. н., доцент

О. Ю. Ерёмичева *Брассосс* В. П. Радченко в т. –

Рис. П.7. Акт об использовании результатов диссертационной работы в учебном процессе ФГБОУ ВПО «СамГТУ»